

جمهورية مصر العربية

وزارة التربية والتعليم

امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة المصرية بجمهورية السودان لعام 2016

«نظام حديث - الدور الأول»

الزمن: ساعتان

الرياضيات البحتة (الجبر والهندسة الفراغية)

ملحوظة: ١، ω ، ω^2 هي الحدود التكعيبية للواحد الصحيح، $\omega^3 = 1$ ، $\omega \neq 1$

أولاً: أحب عن أحد السؤالين الآتيين:

١- أكمل كلاهما يأتي:

(أ) العدد $(1 + t)^4 (1 - t)^6$ في أبسط صورة يساوي(ب) قيمة الحد الخالي من s في مفكوك $(s + \frac{1}{s})^4$ تساوي(ج) إذا كان $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \emptyset$ فإن المستقيمين \overleftrightarrow{AB} ، \overleftrightarrow{CD} يكونان أ،

(د) المستقيم العمودي على مستقيمين متقاطعين من نقطة تقاطعهما يكون

(هـ) إذا رسم مستقيم مائل على مستوى وكان عمودياً على مستقيم في المستوى فإن مسقط المستقيم المائل

على المستوى في المستوى يكون

(و) المساحة الكلية للمكعب الذي طول قطره $3\sqrt{6}$ سم تساوي سم^٢.

٢- اختر الإجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة:

(أ) العدد $(\omega - \omega^2)^2$ يساوي

[-٣، ٣، -٩، ٩]

(ب) مجموعة حل المعادلة

= $\left| \begin{matrix} 1-s & 1 \\ 1 & 1-s \end{matrix} \right|$ صفر هي [{صفر}، {١}، {١، -١}، {صفر، ١}](ج) في المكعب $ABCD - A'B'C'D'$ ظل قياس الزاوية بين القطر \overline{BD} والقاعدة AB يساوي.....
[$\frac{1}{\sqrt{3}}$ ، $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $\frac{\sqrt{2}}{2}$](د) $ABCD - A'B'C'D'$ متوازي مستطيلات إذا كان $AB = 8$ سم، $BC = 5$ سم، $AA' = 6$ سم فإنمساحة سطح الشكل $ABCD - A'B'C'D'$ = سم^٢ [١٠٠، ٥٠، ٤٨، ٤٠]

(هـ) إذا كان طول حرف هرم ثلاثي منتظم يساوي ٦ سم فإن ارتفاعه يساوي سم.

[$\sqrt{6}$ ، ٢٤، $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$]

(و) فى الهرم الثلاثى المنتظم: ظل قياس الزاوية بين أحد الأوجه الجانبية والقاعدة يساوي

$$\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right]$$

ثانياً: أحب عن الأسئلة الآتية:

٣- (أ) (i) إذا كان $\ln = 720$ ، $\ln = 210$

أوجد قيمة $\ln + \ln$

(ii) فى مفكوك $(2s + \frac{3}{s})^n$ إذا كان $\ln = 10$ ، $\ln = 15$

(ب) حل المعادلات الآتية بطريقة كرامر:

$$s + v - e = 4, \quad 2s - v - e = 3, \quad s + 2v - e = 5$$

(٤) (أ) أثبت أن: $1 = \left(\frac{e + \omega^2 l + \omega v}{\omega l + e} + \frac{s + \omega}{s + \omega} \right)$

(ب) بدون فك المحدد أثبت أن: $(s + 2)(1 - s) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & s \\ 1 & s & 1 \\ s & 1 & 1 \end{vmatrix}$

(٥) (أ) إذا كان المستويان s, v متقاطعان فى ab ورسم المستقيم cd فى المستوى s بحيث إن $cd \parallel s$ ورسم المستقيم ef فى المستوى v بحيث أن $ef \parallel s$ أثبت أن $cd \parallel ef$ هو

(ب) ab ج مثلث فيه $\angle a = 60^\circ$ ، $ab = 12$ سم، رسم $bn \perp ac$ يقطعه فى n ،

رسم $hb \perp$ المستوى ab ج بحيث $bh = 6$ سم.

(i) أثبت أن: $hn \perp ac$

(ii) أوجد قياس الزاوية $(b - ac - h)$

إجابة الجبر والهندسة الفراغية

أولاً: إجابة السؤال الأول: ١- أكمل

$$(أ) (ت+١)^٤(ت-١)^٤ = (ت+١)^٤(ت-١)^٤(ت-١)^٤(ت-١)^٤$$

$$= [(ت+١)(ت-١)]^٤(ت-١)^٤(ت-١)^٤$$

$$= (١+١)^٤(ت-١)^٤(ت-١)^٤ = ١٦(ت-١)^٨ = ١٦(ت-١)^٨$$

(ب) نفرض أن الحد الخالي من س هو ح_{١+٢}

$$\therefore \text{ح}_{١+٢} = ق_١ \left(\frac{١}{س}\right)^٢ (س)^{-٤} \\ = ق_١ \times س^{-٢} \times س^{-٤} = ق_١ \times س^{-٦}$$

$$\therefore \text{ح}_{١+٢} = ق_١ \times س^{-٦} \leftarrow (١)$$

∴ الحد الخالي من س ∴ ٢ - ٤ = ٠ = ٢ - ٤

$$\therefore ٢ = ٤ \quad \therefore ٢ = ٤$$

∴ الحد هو ح_٢ وبالتعويض في (١)

$$\therefore \text{ح}_{٢} = ق_٢ \left(\frac{٣ \times ٤}{٢}\right) = ق_٢ \times ٦$$

(ج) متوازيان أو متخالفتان

(د) يكون عمودى على مستوييهما.

(هـ) عموديا على هذا المستقيم

(و) ∴ طول قطر المكعب = ٦ سم

∴ طول حرفه = ٦ سم

$$\therefore \text{مساحته الكلية} = ٦^٢ \times ٦ = ٣٦ \times ٦ = ٢١٦ \text{ سم}^٢$$

-٢

$$(أ) (١) (\omega - \omega)^٢ = (\pm \sqrt{٣} ت)^٢ = ٣ ت^٢ = ٣ - ٣$$

(ب)

www.exam-eg.com

$$\begin{vmatrix} ١ & -س \\ ١ & ١ \end{vmatrix} = \text{صفر}$$

$$-س + ١ = \text{صفر}$$

$$-س = ١ - \text{بالضرب} \times ١$$

$$\therefore \text{س} = \{١, \text{صفر}\}$$

(ج) ظل قياس الزاوية بين القطر ب'ء والقاعدة أ ب جء

$$\frac{١}{\sqrt{٢٦}} = \frac{ل}{\sqrt{٢٦} ل} = \text{يساوي}$$

(د) ٥٠ سم^٢

$$\frac{\sqrt{٣٦}}{\sqrt{٢٦}} = \frac{٦}{ع} \quad \therefore \frac{\sqrt{٣٦}}{\sqrt{٢٦}} = \frac{ل}{ع} \quad \therefore (هـ)$$

$$\therefore ع = \frac{\sqrt{٢٦} \times ٦}{\sqrt{٣٦}} = ٦ \sqrt{\frac{٢٦}{٣٦}} = ٦ \sqrt{\frac{١٣}{٩}} = ٦ \times \frac{\sqrt{١٣}}{٣} = ٢\sqrt{١٣} \text{ سم}$$

(و) ٢٦ سم

ثانياً: (٣):

$$(أ) (١) \therefore \underline{ن} = ٧٢٠ = ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \quad \therefore \underline{ن} = ٧٢٠$$

$$\therefore \underline{ن} = ٦ \quad \therefore ٦ = \underline{ن}$$

$$\therefore \underline{ن} = ٦ \quad \therefore ٦ = \underline{ن} \quad \therefore \text{بالتعويض عن ن = ٦}$$

$$\therefore ٥ \times ٦ \times ٧ = \underline{ل}^٧ \quad \therefore ٢١٠ = \underline{ل}^٧$$

$$\therefore ٣ = ١ - \underline{ر} \quad \therefore ٤ = \underline{ر}$$

$$\therefore \text{قيمة } \underline{ن}^١ + \underline{ق}^١ = \underline{ن}^٧ + \underline{ق}^٧ = ٧٠$$

$$(أ) (٢) \therefore \underline{ح} = ١ \quad \therefore ١ = \frac{١}{\underline{ح}}$$

$$\therefore ١ = \frac{٣}{س^٢} \times \frac{٨ - \underline{ن}}{٩} \quad \therefore ١ = \frac{٣}{س^٢} \times \frac{١ + ٩ - \underline{ن}}{٩}$$

$$\therefore ١ = \frac{٨ - \underline{ن}}{٦} = \underline{س}^٢ \quad \therefore (١) \leftarrow \frac{٨ - \underline{ن}}{٦} = \underline{س}^٢$$

$$\therefore \frac{١٥}{٨} = \frac{\underline{ح}}{\underline{ح}} \quad \therefore \frac{٨}{١٥} = \frac{\underline{ح}}{\underline{ح}}$$

$$\therefore \frac{١٥}{٨} = \frac{٣}{س^٢} \times \frac{٥ - \underline{ن}}{٦} \quad \therefore \frac{١٥}{٨} = \frac{٣}{س^٢} \times \frac{١ + ٦ - \underline{ن}}{٦}$$

$$\therefore \frac{١٥}{٨} = \frac{٥ - \underline{ن}}{٤} = \underline{س}^٢ \quad \therefore ١٥ = ٢(٥ - \underline{ن})$$

$$\therefore \underline{س}^٢ = \frac{١٠ - ٢\underline{ن}}{١٥} \quad \therefore (٢) \leftarrow \frac{١٠ - ٢\underline{ن}}{١٥} = \underline{س}^٢$$

بالتعويض من (٢) في (١)

$$\frac{١٠ - ٢\underline{ن}}{١٥} = \frac{٨ - \underline{ن}}{٦}$$

$$٥ - \underline{ن} = ٤٠ - ٤\underline{ن} = ٤٠ - ٤\underline{ن} \quad \therefore ٤\underline{ن} - \underline{ن} = ٤٠ - ٥$$

$$\therefore ٣\underline{ن} = ٣٥ \quad \therefore \underline{ن} = ٢٠$$

∴ م.ج = { (1, 2, 3) }

السؤال الرابع: (أ)

$$\left(\frac{ع \omega^2 + ج \omega}{\omega ج + ع} + \frac{س \omega + ح}{\omega س + ح} \right) = \text{الطرف الأيمن}$$

$$\left(\frac{ج \omega^2 + ع \omega}{\omega ج + ع} + \frac{س \omega + ح}{\omega س + ح} \right) =$$

$$\left(\frac{(ج \omega + ع) \omega}{\omega ج + ع} + \frac{(س \omega + ح) \omega}{\omega س + ح} \right) =$$

$$\text{الطرف الأيسر} = 1 = (1) = (\omega^2 + \omega) =$$

(ب)

$$\begin{array}{c} \leftarrow \text{ص}_1 + \text{ص}_2 + \text{ص}_3 \\ \left| \begin{array}{ccc} 1 & 1 & س \\ 1 & س & 1 \\ س & 1 & 1 \end{array} \right| = \Delta \end{array}$$

$$\left| \begin{array}{ccc} 2+س & 2+س & 2+س \\ 1 & س & 1 \\ س & 1 & 1 \end{array} \right| =$$

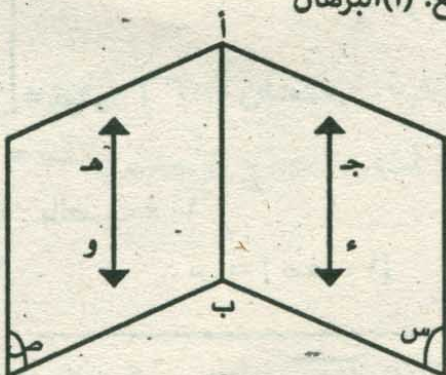
$$\begin{array}{c} \leftarrow \text{ص}_1 - \text{ص}_2 \\ \leftarrow \text{ص}_1 - \text{ص}_3 \\ \left| \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 1 & س & 1 \\ س & 1 & 1 \end{array} \right| (2+س) =$$

$$\left| \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1-س & 0 \\ 1-س & 0 & 0 \end{array} \right| (2+س) =$$

$$[(1-س)(1-س) \times 1] (2+س) =$$

$$\text{الطرف الأيسر} = (1-س)(2+س) =$$

السؤال الرابع: (أ) البرهان



$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \Delta \text{ (ب)}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$11 = (1+4) - (1+10) - (2+0) =$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = س \Delta$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \Delta =$$

$$33 = (2+6) - (2+10) - (2+0) =$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = ص \Delta$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \Delta - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$22 = (3-4) - (1+10) \Delta - (2+10) =$$

www.exam-eg.com

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = ع \Delta$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$11 = (1+4) \Delta + (3-4) - (6-2) =$$

$$3 = \frac{33}{11} = \frac{س \Delta}{\Delta} = س \therefore$$

$$2 = \frac{22}{11} = \frac{ص \Delta}{\Delta} = ص \therefore$$

$$1 = \frac{11}{11} = \frac{ع \Delta}{\Delta} = ع \therefore$$

∴ جء // المستوى ص ، جء ∩ س ويقطع المستوى
ص في أب

∴ جء // أب ← (١)

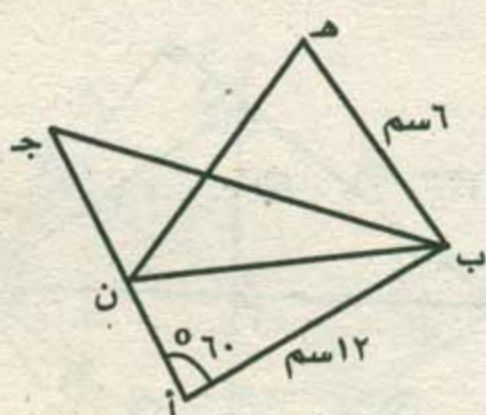
∴ هو // المستوى س ، هو ∩ ص ويقطع
المستوى س في أب

∴ هو // أب ← (٢)

من (١) ، (٢) ∴ جء // هو



(ب)



∴ هب ⊥ المستوى أب ج ∴ هب ⊥ بن

∴ المسقط بن ⊥ أج (معطى)

∴ المائل هن ⊥ أب (المطلوب أولاً)

∴ حا 60° = $\frac{بن}{١٢}$ ∴ بء = ١٢ حا 60° = 6√٣ سم

∴ بن ⊥ أج ، هب ⊥ أج

∴ ب ن ه هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية

(ب - أج - ه)

∴ ظا (ب ن ه) = $\frac{٦}{٣\sqrt{٦}}$

∴ ق (ب ن ه) = 30° (وهو المطلوب ثانياً)