

جمهورية مصر العربية

وزارة التربية والتعليم

امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة المصرية بجمهورية السودان لعام 2016

«نظام حديث - الدور الأول»

التفاضل والتكامل

الزمن: ساعتان

أولاً : أجب عن السؤال الآتي :السؤال الأول : أكمل العبارات الآتية :

$$(أ) إذا كانت الدالة د حيث : د(س) = \begin{cases} س^4 - س & ، س < 1 \\ س^2 + س & ، س > 1 \end{cases}$$

فإن $\lim_{s \rightarrow 1^-} D(s) = \dots$

$$(ب) إذا كانت الدالة د حيث : د(س) = \frac{s^2 - 9}{s - 3}$$

متصلة عند س = 3 فإن د(3) = \dots

$$(ج) إذا كانت الدالة ص = س . د(س) حيث د(س) = 5$$

$$\text{فإن } \frac{d}{ds} \text{ = } \dots$$

$$(د) الدالة د حيث : د(س) = س^3 - 6s^2 \text{ تزايدية في الفترة } \dots$$

$$(هـ) [2s + 5] e^s = \dots$$

$$(و) [(ha)^s + hta^s] e^s = \dots$$

ثانياً : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط من الأسئلة الآتية :السؤال الثاني :

$$(أ) إذا كانت الدالة د حيث : د(س) = \begin{cases} s^4 + 2s & ، s \geq 1 \\ 1s + b & ، s < 1 \end{cases}$$

$$(ب) إذا كانت \frac{d}{ds} = 3s^2 + 2s \text{ لكل نقطة من نقاط منحني الدالة ص = د(س)} \\ \text{فأوجد معادلة هذا المنحني علماً بأن النقطة (1, 4) تقع على المنحني .}$$

السؤال الثالث :

ء٢ ص

(أ) إذا كانت $s = 2 \text{ حاس} - s$ حاتس فثبت أن : $\frac{s^2}{s^2} + s = 2 \text{ حاس}$

(ب) عين فترات التحدب لأعلى والتحدب لأسفل وكذلك نقط الانقلاب (إن وجدت)
للدالة d حيث : $d(s) = s^2 - s$.

السؤال الرابع :

(أ) عين قيم النهايات العظمى والصغرى المحلية للدالة d حيث:
 $d(s) = s^2 + s^2 - 5s - 5$

(ب) يستند سلم طوله ۱۰ متر بأحد طرفيه على حائط رأسى وبالطرف الآخر على أرض افقية فإذا انزلق الطرف السفلى للسلم مبتعداً عن الحائط بمعدل ۲ م / ث
أوجد معدل انخفاض الطرف العلوي للسلم عندما يكون الطرف السفلى على بعد ستة أمتار من الحائط.

السؤال الخامس :

(أ) أوجد معادلة العمودى على المنحني الذى معادلته $s = s^2 - 3s + 1$ عند النقطة $(2, 1)$.

(ب) أب جء مربع طول ضلعه ۱۲ سم . أخذت النقطتان H ، و على أب ، ب ج بحيث كان $b = ۳ah = 3s$. أثبت أن مساحة سطح المثلث $A - H$ لا تقل عن ۶۶ سم 2 .

إجابة التفاضل والتكامل

أولاً: إجابة السؤال الأول:

$$(1) \dots d(1) = \frac{d}{ds} s^2 - 4 = 1 - 4 = -3$$

$$\dots r(1) = \frac{d}{ds} s^2 + 2s = 2 + 1 = 3$$

$$\therefore d(1) = d(1)$$

$$\text{فإن } d(s) = \frac{d}{ds} s = 1$$

دورة الامتحان التعليمي

www.exam-eg.com

$$(b) \dots d(s) = \frac{d}{ds} s^2 - 3 = s - 3$$

$$\text{فإن } d(3) = \dots$$

$$\dots d(s) = \frac{(s-3)(s+3)}{s-3} = s+3$$

$$\text{فإن } d(3) = 6 = 3+3$$

$$(c) \dots d(s) = s \cdot d(s)$$

$$\dots d(s) = 0 \text{ س } \text{ فإن } \frac{d}{ds} s = 0$$

$$(d) d(s) = s^2 - 6s$$

$$\dots d'(s) = 3s^2 - 12s$$

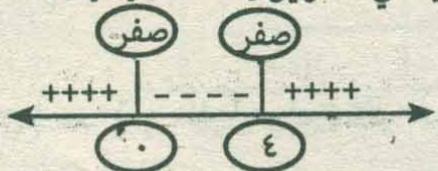
$$\dots d'(s) = 0 \text{ عندما } 3s^2 - 12s = 0$$

$$\dots 3s(s-4) = 0$$

$$\dots s-4 = 0 \quad \therefore s = 4$$

$$\dots s = 0 \quad \therefore s = 0$$

الدالة تزايدية في الفترتين $[0, 4]$ و $[4, \infty)$



$$(e) \int (2s+5)s^2 ds = \frac{(2s+5)s^3}{3 \times 2} + C$$

$$= \frac{1}{6}(2s+5)s^3 + C$$

$$(f) \int (2s+5)s^2 ds = s^3 + C$$

ملحوظة: $\int (2s+5)s^2 ds = 2s^3 + 5s^2 + C$

ثانياً: السؤال الثاني:

$$(g) \dots d(s) = \begin{cases} 1 & s \geq 1 \\ 0 & 0 < s < 1 \\ -1 & s \leq 0 \end{cases}$$

السؤال الثالث:

$$(a) \dots \text{ص} = 2\text{ حاس} - \text{س} \text{ حتا س}$$

$$\dots \frac{\text{ص}}{\text{س}} = 2 \text{ حتا س} - [1 \times \text{حاس} + (-\text{حاس}) \times \text{س}]$$

$$\dots \frac{\text{ص}}{\text{س}} = 2 \text{ حتا س} - \text{حاس} + \text{س حاس}$$

$$\dots \text{حاس} + \text{س حاس}$$

$$\dots \frac{\text{ص}}{\text{س}} = -\text{حاس} + [1 \times \text{حاس} + \text{حاس} \times \text{س}]$$

$$\dots \text{ص} = -\text{حاس} + \text{حاس} + \text{س حاس}$$

$$\dots \text{س حاس}$$

$$\text{الطرف الأيمن} = \frac{\text{ص}}{\text{س}} + \text{ص} = \text{س حاس} + 2\text{ حاس} - \text{س حاس}$$

$$\dots \text{ص} = 2\text{ حاس} = \text{الطرف الأيسر}$$

$$(b) \dots d(s) = s^2 - s$$

$$\dots d''(s) = 3s^2 - 1$$

$$\dots \text{عندما } s=0 \quad d''(s)=0$$



في الفترة $[0, \infty)$ التحدب لأعلى

السؤال الخامس:

$$(1) \dots \text{ص} = \text{س}^2 - 3\text{س} + 1 \dots \therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} = 2 \text{س} - 3$$

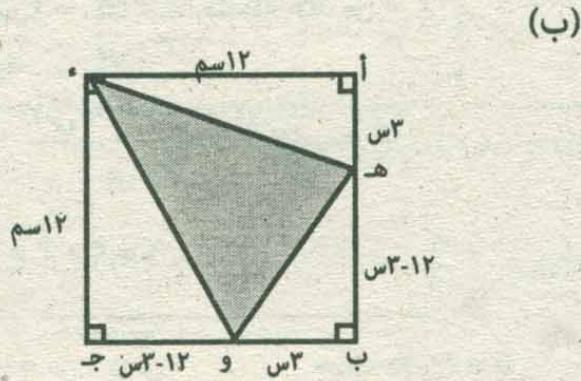
.. ميل المماس للمنحنى عند النقطة $(2, 1) = 3 - 4 = 1$

.. ميل العمود عليه = 1 -

$$\therefore \text{معادلة العمود هي: } \frac{\text{ص} + 1}{1 - \text{س}} = \frac{1}{2 - \text{s}}$$

$$\therefore \text{ص} + 1 = \text{s} + 2$$

.. $\text{ص} + \text{s} - 1 = 0$ وهو المطلوب



$$\therefore \text{ب} \cdot \text{أ} = 13 \text{ هـ} = 3 \text{ س}$$

$$\therefore \text{أ} = \frac{3}{3} \text{ س} = \text{س}$$

مساحة ΔABH = مساحة المربع $\text{ABCD} - (\text{م}\Delta \text{AHC})$

$$\begin{aligned} &+ \text{م}\Delta \text{BHD} + \text{م}\Delta \text{GHD}) \\ &\therefore \text{م}\Delta \text{AHC} = 144 - [\frac{1}{2} \times 12 \times \text{س} + \frac{1}{2} \times 3 \times \text{س}] \\ &- [\text{س} + \frac{1}{2} \times 12 \times (12 - 3\text{س})] \\ &\therefore \text{م} = 144 - [6\text{س} + 18\text{س} - \frac{3}{2}\text{س}^2 + 72 - 18\text{س}] \\ &\therefore \text{م} = 144 - 6\text{س} + \frac{3}{2}\text{س}^2 - 72 \\ &\text{م} = \frac{3}{2}\text{س}^2 - 6\text{س} + 72 \quad (1) \leftarrow \end{aligned}$$

$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} = 2 - \frac{6}{\text{س}}$ عندما مساحته اقل ما يمكن

$$\therefore 3\text{س} - 6 = 0 \quad \therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{6}{\text{س}}$$

$$2 = \frac{3}{\text{س}} \quad \therefore 3 \div 6 = \frac{3}{\text{س}} \quad \therefore \text{س} = 6 \quad \therefore \text{ص} = 12 - 6$$

$$\therefore < 3 = \frac{6}{\text{س}}$$

.. المساحة اقل ما يمكن عندما $\text{س} = 2$
بالتعويض في (1)

$$\therefore \text{مساحة } \Delta \text{ABH} = \frac{3}{2} \times 4 - 2 \times 6 = 72 + 2 \times 6 = 66 \text{ سم}^2$$

وهو المطلوب

في الفترة [٠، ∞] التحدب لأسفل

.. المتحدب تغير قبل وبعد $\text{س} = 0$

.. يوجد نقطة انقلاب وهي (٠,٠)

السؤال الرابع:

$$(1) \text{د}(\text{s}) = \text{s}^3 + 5\text{s}^2 - 5\text{s} - 0$$

$$\text{د}'(\text{s}) = 3\text{s}^2 + 2\text{s} - 5$$

$$\text{د}''(\text{s}) = 3\text{s}^2 + 2\text{s} - 0 = 0$$

$$\therefore (3\text{s} + 5)(\text{s} - 1) = 0$$

$$\therefore 3\text{s} + 5 = 0 \quad \therefore \text{s} = -\frac{5}{3}$$

$$\therefore \text{s} = 1 \quad \therefore 3\text{s} = 0 \quad \therefore \text{s} = 0$$

$$\therefore \text{s} = \frac{5}{3}$$



$$\therefore \text{د}'''(\text{s}) = 6\text{s} + 2$$

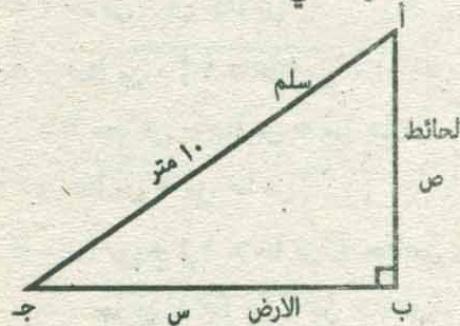
$$\therefore \text{د}'''(\text{s}) = \frac{6}{3} \text{s} + 2 > 0$$

\therefore يوجد عند $\text{s} = \frac{5}{3}$ قيمة عظمى محلية تساوى $\frac{40}{27}$

$$\therefore \text{د}'''(1) = 2 + 1 \times 6 = 8$$

.. يوجد عند $\text{s} = 1$ قيمة صغرى محلية تساوى 8

(ب) من الشكل الهندسي:



$$\therefore \text{س}^2 + \text{ص}^2 = 100 \quad (1)$$

$$\therefore 2\text{s} \cdot \frac{\text{ص}}{2} + 2\text{s} \cdot \frac{\text{ص}}{2} = \text{ص}^2 \quad \therefore \frac{\text{ص}}{\text{s}} = \text{صفر}$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{s}} = \text{صفر} \leftarrow (2)$$

$$\text{من (1) عندما } \text{s} = 6 \text{ متر} \quad \therefore \text{ص}^2 + 36 = 100$$

$$\therefore \text{ص}^2 = 16 \quad \text{بالتعويض في (2)}$$

$$\therefore 24 = \frac{\text{ص}}{16} \quad \therefore \text{ص} = 16 \cdot \frac{\text{ص}}{24} = \frac{16}{24} \text{ص}$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{s}} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3} \text{ م/ث}$$