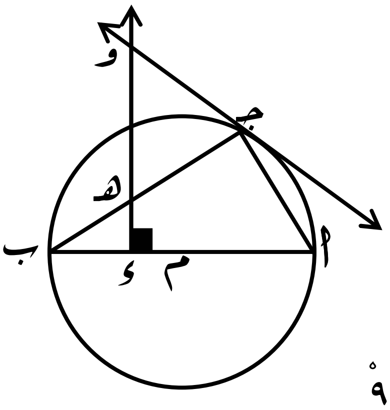
في الشكل المقابل :



أب قطر في الدائرة م ، وجـ مماس عند جـ

وء ⊥ أب اثبت ان :

❶ الشكل أ ء هـ جـ رباعي دائري ❷ وهـ = و جـ

البرهان ∵ أب قطر في الدائرة ∴ ق(∠أ جـ ب) = ٩٠°

∵ وء ⊥ أب ∴ ق(∠أ ء و) = ٩٠°

∵ ق(∠أ جـ هـ) + ق(∠أ ء هـ) = ٩٠° + ٩٠° = ١٨٠°

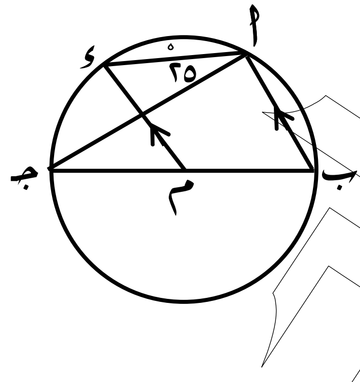
∴ الشكل أ ء هـ جـ رباعي دائري

∴ ق(∠وهـ جـ) الخارجة = ق(∠ أ) الداخلة المقابلة (١)

∵ وجـ مماس عند جـ ∴ ق(∠و جـ هـ) المماسية = ق(∠ أ) المحيطية (٢)

من (١) ، (٢) ∴ ق(∠وهـ جـ) = ق(∠و جـ هـ) ∴ وهـ = و جـ

في الشكل المقابل :



ب جـ قطر في الدائرة م ، أب // م ء

ق(∠ ء أ جـ) = ٢٥°، اوجد ق(∠ أ جـ ب)

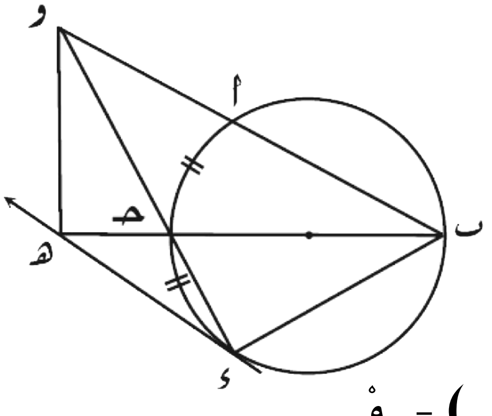
البرهان

∵ ق(∠ ء أ جـ) المحيطية = ٢٥° ∴ ق(∠ء م جـ) المركزية = ٥٠° (يشتركان في ⌢جـ ء)

∵ ب جـ قطر ∴ ق(∠ب أ جـ) المحيطية = ٩٠° (محيطية مرسومة في نصف دائرة)

∵ أب // م ء ، ب جـ قاطع لهما ∴ ق(∠أ ب جـ) = ق(∠ء م جـ) = ٥٠° بالتناظر

∵ م و ز د Δ = ١٨٠° ∴ ق(∠ أ جـ ب) = ١٨٠° − (٩٠° + ٥٠°) = ٤٠°



في الشكل المقابل :

ب جـ قطر في الدائرة ، جـ منتصف $\overset{\frown}{أ ء}$

$\overleftarrow{ء هـ}$ مماس للدائرة عند ء ،

، اثبت ان :

❶ الشكل و هـ ء ب رباعي دائري ❷ ق (∠ب هـ و) = ٩٠°

البرهان ∵ جـ منتصف $\overset{\frown}{أ ء}$ ∴ ق ($\overset{\frown}{أ جـ}$) = ق ($\overset{\frown}{جـ ء}$)

∴ ق (∠أ ب جـ) = ق (∠جـ ب ء) ①

∵ $\overleftarrow{ء هـ}$ مماس للدائرة عند ء ∴ ق (∠جـ ب ء) المحيطية = ق (∠هـ جـ ء) المماسية ②

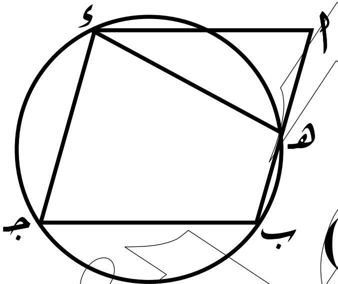
من ① ، ② ∴ ق (∠أ ب جـ) = ق (∠هـ جـ ء)

∴ ق (∠و ب هـ) = ق (∠و ء هـ) وهما يشتركان في القاعدة $\overline{و هـ}$ وفي جهة واحدة منها

∴ الشكل و هـ ء ب رباعي دائري ∴ ق (∠ب ء و) = ق (∠ب هـ و)

∵ $\overline{ب جـ}$ قطر في الدائرة ∴ ق (∠ب ء جـ) = ٩٠° (محيطية مرسومة في نصف دائرة)

∴ ق (∠ب هـ و) = ٩٠°



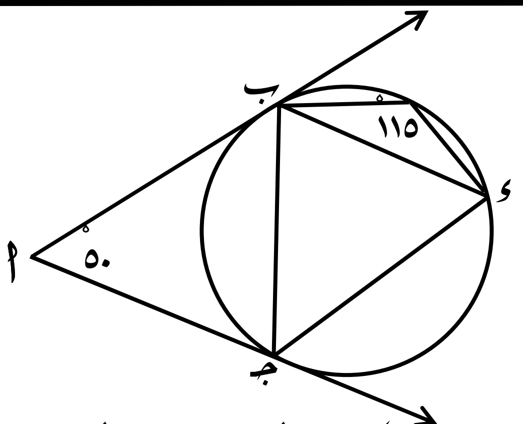
في الشكل المقابل : أ ب جـ ء متوازي اضلاع

اثبت ان : أ ء = هـ ء

البرهان ∵ أ ب جـ ء متوازي اضلاع ∴ ق (∠ أ) = ق (∠جـ)

∵ ء جـ ب هـ رباعي دائري ∴ ق (∠ أ هـ ء) الخارجة = ق (∠جـ) الداخلة المقابلة

∴ ق (∠ هـ أ ء) = ق (∠ أ هـ ء) ∴ أ ء = هـ ء



في الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماسان للدائرة

اثبت ان ❶ $\overleftrightarrow{جـ ب}$ ينصف (∠ ء جـ أ)

❷ $\overline{ء جـ}$ // $\overline{أب}$

❸ ب جـ = ب ء

البرهان ∵ ء جـ ب هـ رباعى دائرى ∴ ق (∠ ء جـ ب) = ١٨٠° – ١١٥ = ٦٥°

∵ $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماسان للدائرة عند ب ، جـ ∴ أب = أجـ

∴ ق (∠ أ جـ ب) = ق (∠ أ ب جـ) = (١٨٠° – ٥٠°) ÷ ٢ = ٦٥°

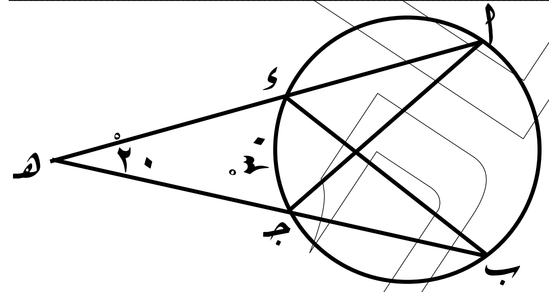
∵ (∠ أ جـ ب) المماسية ، (∠ ب ءجـ) المحيطية يشتركان فى ($\overparen{جـ ب}$)

∴ ق (∠ أ جـ ب) = ق (∠ ب ءجـ) = ٦٥°

∵ ق (∠ ء جـ ب) = (∠ أ جـ ب) ∴ $\overleftrightarrow{جـ ب}$ ينصف (∠ ء جـ أ)

∵ ق (∠ ء جـ ب) = ق (∠ أ ب جـ) وهما فى وضع تبادل ∴ $\overline{ء جـ}$ // $\overline{أب}$

فى ∆ ب ءجـ ∵ ق (∠ ب ءجـ) = ق (∠ب جـ ء) ∴ ب جـ = ب ء



في الشكل المقابل :

اوجد : ق (∠ أ) ، ق ($\overparen{أ ب}$)

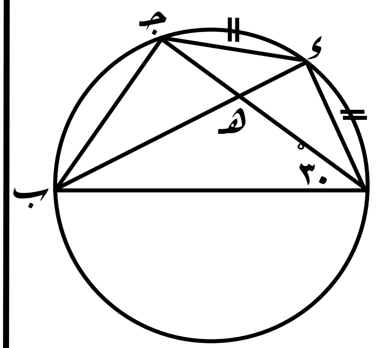
البرهان ∵ ق ($\overparen{جـ ء}$) = ٣٠°

∴ ق (∠ جـ أ ء) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق ($\overparen{جـ ء}$) = $\frac{1}{2}$ × ٣٠° = ١٥°

∵ $\overleftrightarrow{أ ء}$ ∩ $\overleftrightarrow{ب جـ}$ = {هـ}

∴ ق (∠هـ) = $\frac{1}{2}$ [ق ($\overparen{أ ب}$) - ق ($\overparen{جـ ء}$)]

∴ ٢٠° = $\frac{1}{2}$ [($\overparen{أ ب}$) – ٣٠°] ∴ ($\overparen{أ ب}$) = ٢ × ٢٠° + ٣٠° = ٧٠°



فى الشكل المقابل : $\overline{\text{أب}}$ قطر، ق(∠جـأ ب) = ٣٠ْ

① اوجد : ق(∠ب ء جـ) ، ق(∠ أ ب ء)

② اثبت ان : أهـ = ب هـ

البرهان ∵ (∠جـأ ب) ، (∠ب ء جـ) يشتركان فى $\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$

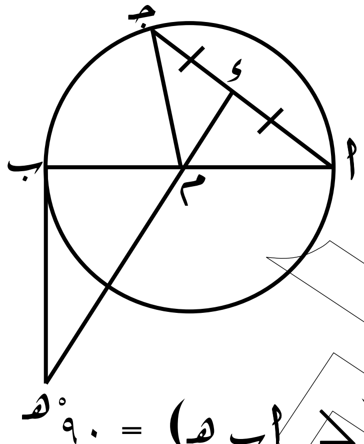
∴ ق(∠ب ء جـ) = ق(∠جـأ ب) = ٣٠ْ

∵ $\overline{\text{أب}}$ قطر ∴ ق($\overset{\frown}{\text{أب}}$) = ١٨٠ْ ∴ ($\overset{\frown}{\text{أجـ}}$) = ١٨٠ْ — ٦٠ْ = ١٢٠ْ

∵ ء منتصف ($\overset{\frown}{\text{أجـ}}$) ∴ ق($\overset{\frown}{\text{أ ء}}$) = ق($\overset{\frown}{\text{ء جـ}}$) = ١٢٠ْ ÷ ٢ = ٦٠ْ

∴ ق(∠ أ ب ء) = ق(∠ أجـ ء) = ٦٠ ÷ ٢ = ٣٠ْ

فى △أهـ ب ∵ ق(∠هـأ ب) = ق(∠هـ ب أ) ∴ أهـ = ب هـ



فى الشكل المقابل : $\overline{\text{أب}}$ قطر فى الدائرة م

$\overleftarrow{\text{ب هـ}}$ مماس عند ب ، ء منتصف $\overline{\text{أجـ}}$

① اثبت ان : أهـ ب ء رباعى دائرى

② ق(∠جـ م ب) = ٢ ق(∠هـ)

البرهان ∵ $\overleftarrow{\text{ب هـ}}$ مماس عند ب ∴ $\overline{\text{أب}}$ ⊥ $\overline{\text{ب هـ}}$ ∴ ق(∠ أ ب هـ) = ٩٠ْ

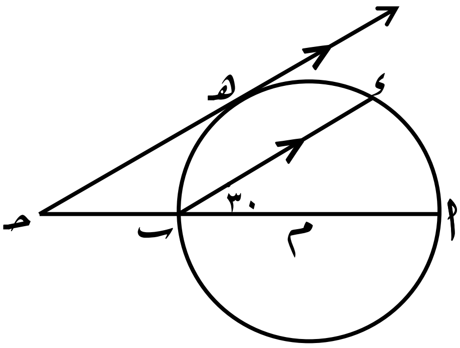
∵ ء منتصف $\overline{\text{أجـ}}$ ∴ $\overline{\text{م ء}}$ ⊥ $\overline{\text{أجـ}}$ ∴ ق(∠ أ ءهـ) = ٩٠ْ

∵ ق(∠ أب هـ) = ق(∠ أ ءهـ) وهما مرسومتان على القاعدة $\overline{\text{أهـ}}$ وفى جهة واحدة

∴ أهـ ب ء رباعى دائرى ∴ ق(∠جـأ ب) = (∠هـ)

ولكن: ق(∠جـ م ب) المركزية = ٢ ق(∠جـأ ب) المحيطية

∴ ق(∠جـ م ب) = ٢ ق(∠هـ)



فى الشكل المقابل :

اوجد: ق (∠ أ م ء) ، ق (⌒ب هـ)

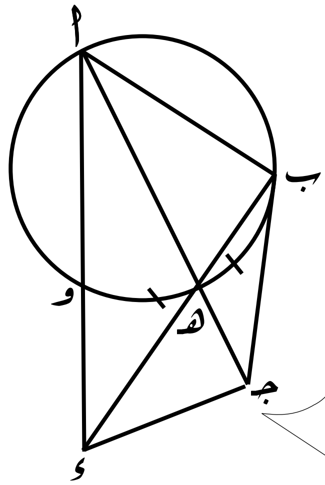
البرهان ∵ ق (∠ أ ب ء) المحيطية = ٣٠°

∴ ق (⌒أ ء) = ٢ × ٣٠° = ٦٠°

∴ ق (∠ أ م ء) المركزية = ٦٠°

∵ $\overline{\text{أب}}$ قطر ∴ ق (⌒أ ب) = ١٨٠° ∴ (⌒ء ب) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

∵ $\overleftarrow{\text{جـ هـ}}$ // $\overline{\text{ب ء}}$ ∴ ق (⌒ب هـ) = ق (⌒ء هـ) = ١٢٠° ÷ ٢ = ٦٠°



فى الشكل المقابل :

$\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ مماس عند ب ، هـ منتصف (⌒و ب)

اثبت ان : أ ب جـ ء رباعى دائرى

البرهان

∵ $\overleftarrow{\text{ب هـ}}$ مماس عند ب

∴ ق (∠جـ ب ء) المماسية = ق (∠ب أ جـ) المماسية ①

يشتركان فى (⌒هـ ب)

∵ هـ منتصف (⌒و ب) ∴ ق (⌒هـ ب) = ق (⌒هـ و)

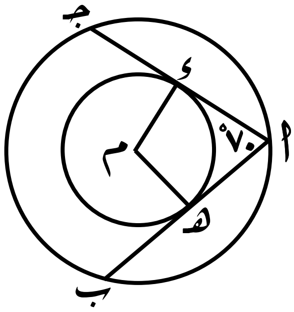
∴ ق (∠ ب أ جـ) = ق (∠ جـ أ ء) ②

من ① ، ② ∴ ق (∠جـ ب ء) = ق (∠ جـ أ ء)

وهما يشتركان فى $\overline{\text{جـ ء}}$ وفى جهة واحدة منها

∴ أ ب جـ ء رباعى دائرى

في الشكل المقابل : دائرتان متحدتان المركز في م



أب ، أجـ مماسان للدائرة الصغرى، ق(∠جـ أ ب) =٧٠°

(١) اثبت ان : أ هـ م ء رباعي دائري

(٢) اوجد : ق(∠ ءم هـ) (٣) اثبت ان : أب = أ جـ

البرهان ∵ أ جـ مماس عند ء ∴ م ء ⊥ أ جـ ∴ ق(∠ أ ء م) =٩٠°

∵ أب مماس عند هـ ∴ م هـ ⊥ أب ∴ ق(∠ أ هـ م) =٩٠°

∵ ق(∠ أ ء م) + ق(∠ أ هـ م) =٩٠° + ٩٠° = ١٨٠°

∴ أ هـ م ء رباعي دائري

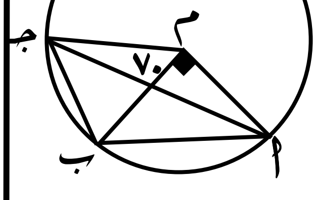
∴ ق(∠ ءم هـ) = ١٨٠° - ق(∠ أ) = ١٨٠° — ٧٠° = ١١٠°

∵ م ء ⊥ أ جـ ، م هـ ⊥ أب ، هـ م = ء م = نق (ابعاد متساوية)

∴ أ ب = أ جـ (اوتار متساوية)

أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة مركزها م بحيث ق(∠ أ م ب) =٩٠°

ق(∠ ب م جـ) =٧٠° ، اوجد قياسات زوايا المثلث أ ب جـ



الاجابة

∵ ∠ أ م ب المركزية ، ∠ أ جـ ب المحيطية يشتركان في أ⁀ب

∴ ق(∠ أ جـ ب) = $\frac{1}{2}$ق(∠ أ م ب) = $\frac{1}{2}$ × ٩٠° = ٤٥°

∵ ∠ ب م جـ المركزية، ∠ ب أ جـ المحيطية يشتركان في ب⁀جـ

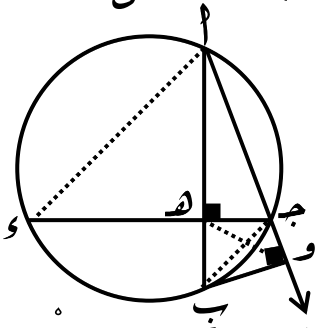
∴ ق(∠ ب أ جـ)= $\frac{1}{2}$ق(∠ ب م جـ) = $\frac{1}{2}$ × ٧٠° = ٣٥

∵ م ق ز د أ ب جـ الداخلة = ١٨٠° ∴ ق(∠ أ ب جـ) = ١٨٠° — (٤٥° +٣٥°) = ١٠٠°

أ ب ، جـ ء وتران متعامدان ومتقاطعان فى هـ ، رسم ب و ⊥ أ جـ فقطعه فى و

حيث و ∉ أ جـ ① اثبت ان : و جـ هـ ب رباعى دائرى

② ق (∠ ب و هـ) = ق (∠ ب أ ء)



الاجابة

∵ ق (∠ أ هـ جـ) الخارجة عن الرباعى = ق (∠ جـ و ب) الداخلة المقابلة = ٩٠°

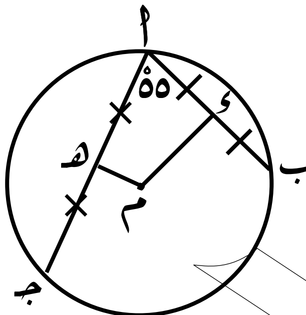
∴ و جـ هـ ب رباعى دائرى

∴ ق (∠ ب و هـ) = ق (∠ ب جـ ء)

ولكن : ق (∠ ب جـ ء) = ق (∠ ب أ ء) (يشتركان فى ⌒ب ء)

∴ ق (∠ ب و هـ) = ق (∠ ب أ ء)

فى الشكل المقابل :



① اثبت ان : أ ء م هـ رباعى دائرى

② اوجد : ق (∠ ء م هـ)

البرهان

∵ هـ منتصف أ جـ ∴ م هـ ⊥ أ جـ ∴ ق (∠ أ هـ م) = ٩٠°

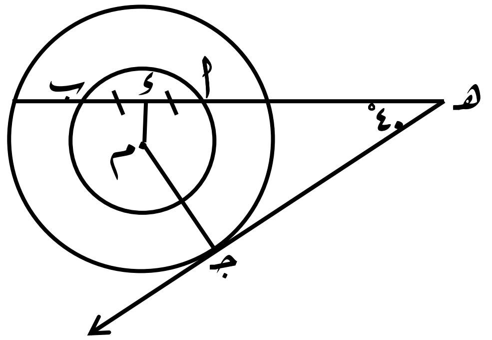
∵ ء منتصف أ ب ∴ م ء ⊥ أ ب ∴ ق (∠ أ ء م) = ٩٠°

∴ ق (∠ أ هـ م) + ق (∠ أ ء م) = ٩٠° + ٩٠° = ١٨٠°

∴ أ ء م هـ رباعى دائرى

∴ ق (∠ ء م هـ) = ١٨٠° – ق (∠ ء أ هـ) = ١٨٠° — ٥٥° = ١٢٥°

فى الشكل المقابل : هـ جـ مماس عند جـ



① اثبت ان : ء م جـ هـ رباعى دائرى

② اوجد : ق(∠ ء م جـ)

البرهان

∵ ء منتصف أب ∴ مء ⊥ أب ∴ ق(∠ هـء م) = ٩٠°

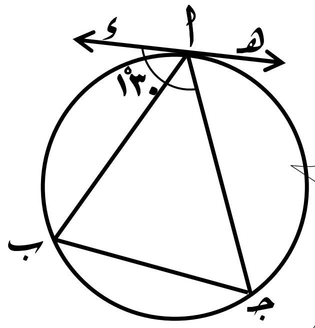
∵ هـ جـ مماس عند جـ ∴ م جـ ⊥ هـ جـ ∴ ق(∠ هـ جـ م) = ٩٠°

∵ ق(∠ هـء م) + ق(∠ هـ جـ م) = ٩٠° + ٩٠° = ١٨٠°

∴ ء م جـ هـ رباعى دائرى

∴ ق(∠ ء م جـ) = ١٨٠° − ق(∠ هـ) = ١٨٠° − ٤٠° = ١٤٠°

فى الشكل المقابل : هـ ء مماس عند أ ، ق(∠ ء أب) = ١٣٠°



②اوجد : ق(∠ ب)

البرهان

∵ هـ ، أ ، ء على استقامة واحدة

∴ ق(∠ ء أهـ) = ١٨٠°

∴ ق(∠ جـأ هـ) = ١٨٠° − ١٣٠° = ٥٠°

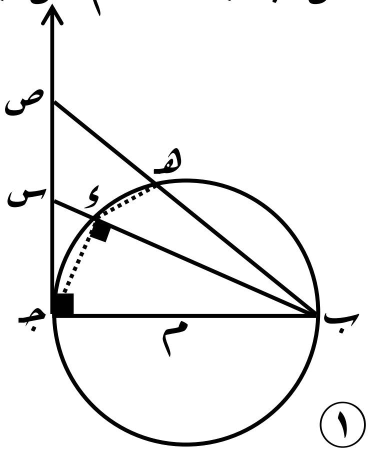
∵ هـ ء مماس عند أ

∴ ق(∠ جـ أهـ) المماسية = ق(∠ أب جـ) المحيطية يشتركان فى أ جـ

∴ ق(∠ أب جـ) = ٥٠°

$\overline{ب جـ}$ قطر فى الدائرة م ، $\overline{ب ء}$ ، $\overline{ب هـ}$ وتران فى جهة واحدة من $\overline{ب جـ}$ ، رسم من جـ مماس للدائرة فقطع $\overleftarrow{ب ء}$ فى س ، وقطع $\overleftarrow{ب هـ}$ فى ص

اثبت ان : ء هـ ص س رباعى دائرى



البرهان

∵ ب هـ ء جـ رباعى دائرى

∴ ق (∠ص هـ ء) الخارجة = ق (∠ ء جـ ب) الداخلة المقابلة ①

∵ $\overleftarrow{ب س}$ مماس عند جـ ∴ ق (∠ ب جـ س) = °٩٠

∴ (∠ ء جـ ب) تتم (∠ ء جـ س) ②

∵ $\overline{ب جـ}$ قطر ∴ ق (∠ ب ء جـ) = °٩٠ محيطية فى نصف دائرة

∵ ب ، ء ، س على استقامة واحدة ∴ ق (∠ ب ء س) = °١٨٠

∴ ق (∠ جـ ء س) = °١٨٠ − °٩٠ = °٩٠

فى Δ جـ ء س ∵ ق (∠ جـ ء س) = °٩٠

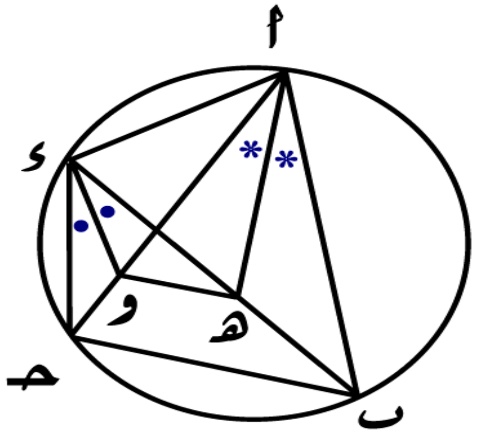
∴ (∠ ء س جـ) تتم (∠ ء جـ س) ③

من ① ، ② ، ③

∴ ق (∠ ء س جـ) الخارجة عن الرباعى = ق (∠ ص هـ ء) الداخلة المقابلة

∴ ء هـ ص س رباعى دائرى

فى الشكل المقابل :



أ ب ﺟ ء شكل رباعى دائرى فيه

$\overleftarrow{\text{أهـ}}$ ينصف ∠ ب أ ﺟ ، $\overleftarrow{\text{ءو}}$ ينصف ∠ ب ء ﺟ

أثبت أن ① أ هـ و ء شكل رباعى دائرى

② $\overline{\text{هـو}} \parallel \overline{\text{بﺟ}}$

البرهان

∵ أ ب ﺟ ء رباعى دائرى ∴ ق(∠ ب أ ﺟ) = ق ∠ ق(∠ ب ء ﺟ)

∴ $\frac{1}{2}$ ق(∠ ب أ ﺟ) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ ب ء ﺟ) ①

∵ $\overleftarrow{\text{أهـ}}$ ينصف (∠ ب أ ﺟ) ∴ ق(∠ هـ أ و) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ ب أ ﺟ) ②

∵ $\overleftarrow{\text{ءو}}$ ينصف (∠ ب ء ﺟ) ∴ ق(∠ هـ ء و) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ ب ء ﺟ) ③

① ، ② ، ③ ∴ ق(∠ هـ أ و) = ق(∠ هـ ء و)

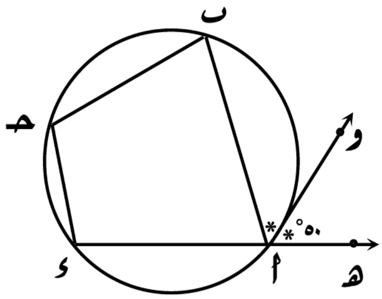
وهما يشتركان فى $\overline{\text{هـو}}$ وفى جهة واحدة منها ∴ أ هـ و ء رباعى دائرى

∴ ق(∠ وهـ ء) = ق(∠ ﺟ أ ء)

ولكن ق(∠ ﺟ أ ء) = ق(∠ ﺟ ب ء) يشتركان فى $\overset{\frown}{\text{ﺟء}}$

∴ ق(∠ وهـ ء) = ق(∠ ﺟ ب ء) وهما فى وضع تناظر ∴ $\overline{\text{هـو}} \parallel \overline{\text{بﺟ}}$

فى الشكل المقابل : اوجد ق(∠ ﺟ)

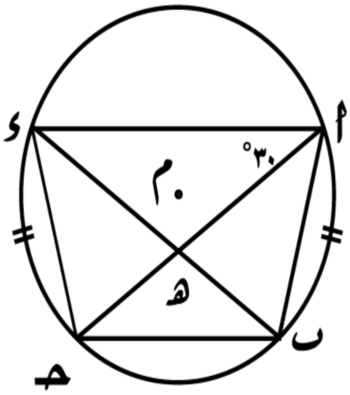


البرهان

∵ $\overleftarrow{\text{أو}}$ ينصف ∠ (هـ أ ب)

∴ ق(∠ هـ أ ب) = ٢ × ٥٠° = ١٠٠°

∵ أ ب ﺟ ء رباعى دائرى ∴ ق(∠هـ أ ب) الخارجة = (∠ ﺟ) الداخلة المقابلة = ١٠٠°



فى الشكل المقابل :

أ ب ـحـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة م

فــإذا كان ق (⌒أ ب) = ق (⌒ء ـحـ) ،

ق (∠ ء أ ـحـ) = °٣٠

① أثبت أن أ ـحـ = ب ء   ② أوجد ق (∠ أ هـ ء)

البرهان

∵ ق (⌒أ ب) = ق (⌒ء ج)

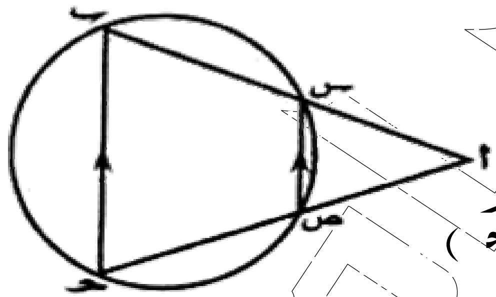
بإضافة ق (⌒ب ج) للطرفين

∴ ق (⌒أ ب) + ق (⌒ب ج) = ق (⌒ء ج) + ق (⌒ب ج)

∴ ق (⌒أ ج) = ق (⌒ب ء)   ∴ أ ج = ب ء   اولا

∵ ق (⌒أ ب) = ق (⌒ء ج)   ∴ ق ∠ (أ ء ب) = ق ∠ (ء أ ج) = °٣٠

∵ م.ق.ز.د   Δ أ هـ ء = °١٨٠   ∴ ق ∠ (أ هـ ء) = °١٨٠ − (°٣٠ + °٣٠) = °١٢٠



في الشكل المقابل : اثبت ان : أ س = أ ص

البرهان

∵ $\overline{س ص}$ // $\overline{ب ج}$ ∴ ق (⌒س ب) = ق (⌒ص ج)

بإضافة ق (⌒س ص) للطرفين

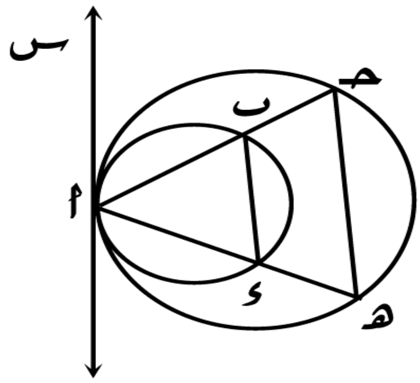
∴ ق (⌒س ب) + ق (⌒س ص) = ق (⌒ص ج) + ق (⌒س ص)

∴ ق (⌒ب ص) = ق (⌒س ج)   ∴ ق ∠ (ب) = ق ∠ (ج)

∴ أ ب = أ ج ①

∵ ق (⌒س ب) = ق (⌒ص ج)   ∴ س ب = ص ج ②

بطرح ② من ①   ∴ أ ب − س ب = أ ج − ص ج   ∴ أ س = أ ص



فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أس}$ مماس مشترك للدائرتان

اثبت ان : $\overline{ءب}$ // $\overline{هـ جـ}$

البرهان

∵ $\overleftrightarrow{أس}$ مماس للدائرة الصغرى عند أ

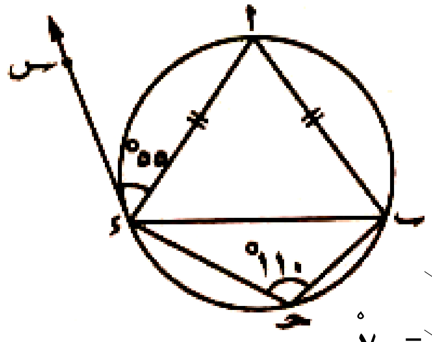
∴ ق ∠ (س أ ب) المماسية = ق ∠ (أ ء ب) المحيطية (يشتركان فى $\overset{\frown}{أب}$) (١)

∵ $\overleftrightarrow{أس}$ مماس للدائرة الكبرى عند أ

∴ ق ∠ (س أ جـ) المماسية = ق ∠ (أ هـ جـ) المحيطية (يشتركان فى $\overset{\frown}{أجـ}$) (٢)

من (١) , (٢)

∴ ق ∠ (أ ء ب) = ق ∠ (أ هـ جـ) وهما فى وضع تناظر ∴ $\overline{ءب}$ // $\overline{هـ جـ}$



فى الشكل المقابل :

اثبت ان: $\overleftarrow{ءس}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، ء

البرهان

∵ أ ب جـ ء رباعى دائرى ∴ ق ∠ (ب أ ء) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

فى △ أ ب ء ∵ أ ب = أ ء

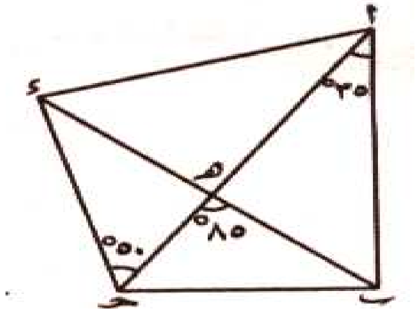
∴ ق ∠ (أ ب ء) = ق ∠ (أ ء ب)

∵ م.ق.ز.د △ أ ب جـ = ١٨٠°

∴ ق ∠ (أ ب ء) = $\frac{١}{٢}$(١٨٠° − ٧٠°) = ٥٥°

∵ ق ∠ (أ ء س) = ق ∠ (أ ب ء)

∴ $\overleftarrow{بجـ}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، ء



فى الشكل المقابل :

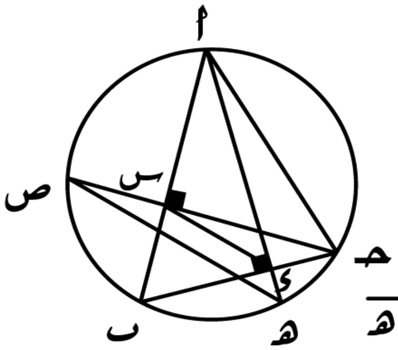
اثبت أن : أ ب جـ ء رباعى دائرى

البرهان

∵ ∠ (ب هـ جـ) خارجة عن △ ء هـ جـ ∴ ق∠ (ب ء جـ) = ٨٥ْ — ٥٠ْ = ٣٥ْ

∵ ق∠ (ب ء جـ) = ق∠ (ب أ جـ)

وهما يشتركان فى $\overline{\text{ب جـ}}$ وفى جهة واحدة منها ∴ أ ب جـ ء رباعى دائرى



فى الشكل المقابل :

أ ب جـ مثلث حاد الزوايا مرسوم داخل دائرة ،

رسم $\overleftarrow{\text{أء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب جـ}}$ قطع $\overline{\text{ب جـ}}$ فى ء والدائرة فى هـ ،

رسم $\overleftarrow{\text{جـ س}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$ قطع $\overline{\text{أ ب}}$ فى س والدائرة فى ص

أثبت أن : ① أ س ء جـ شكل رباعى دائرى ② $\overline{\text{س ء}}$ // $\overline{\text{ص هـ}}$

البرهان

∵ $\overline{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب جـ}}$ ∴ ق∠ (أ ء جـ) = ٩٠ْ

∵ $\overline{\text{جـ س}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$ ∴ ق∠ (أ س جـ) = ٩٠ْ

∴ ق∠ (أ ء جـ) = ق∠ (أ س جـ)

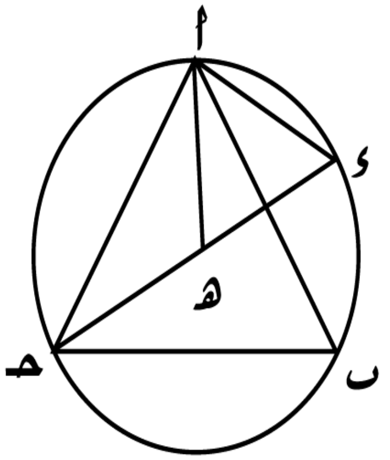
وهما يشتركان فى القاعدة $\overline{\text{أ جـ}}$ وفى جهة واحدة منها ∴ أ س ء جـ رباعى دائرى

∴ ق∠ (أ ء س) = ق∠ (أ جـ ص)

ولكن ق∠ (أ جـ ص) = ق∠ (أ هـ ص) يشتركان فى $\overset{\frown}{\text{أ ص}}$

∴ ق∠ (أ ء س) = ق∠ (أ هـ ص) وهما فى وضع تناظر ∴ $\overline{\text{س ء}}$ // $\overline{\text{ص هـ}}$

في الشكل المقابل :



أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع ،

ء ∈ أب (قوس) ، هـ ∈ ءجـ بحيث أء = ءهـ

أثبت أن : ① ق (∠ أ ء جـ) = ٦٠°

② المثلث أ ء هـ متساوي الأضلاع

البرهان ∵ △ أ ب جـ متساوى الاضلاع ∴ ق∠ (أ ب جـ) = ٦٠°

∵ ق∠ (أ ء جـ) = ق∠ (أ ب جـ) يشتركان في أجـ (قوس)

∴ ق∠ (أ ء جـ) = ٦٠° أولا

في △ أ ء هـ ∵ أء = ءهـ ∴ ق∠ (أ ء هـ) = ق∠ (أ هـ ء) = ٦٠°

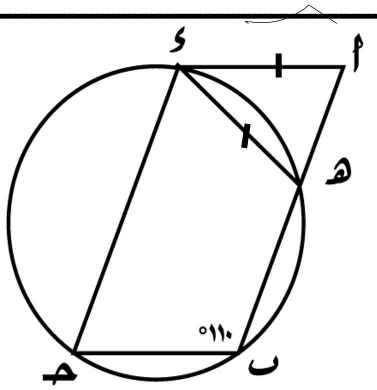
∵ م.ق.ز.د △ أ ء هـ = ١٨٠° ∴ ق∠ (ء أ هـ) = ١٨٠° − (٦٠° + ٦٠°) = ٦٠°

∵ ق∠ (ء أ هـ) = ق∠ (أ ء هـ) = ق∠ (أ هـ ء)

∴ △ أ ء هـ متساوى الاضلاع ثانيا

في الشكل المقابل :

أ ب جـ ء متوازى أضلاع



اوجد : ق∠ (أ ء هـ)

البرهان ∵ أ ب جـ ء متوازى أضلاع

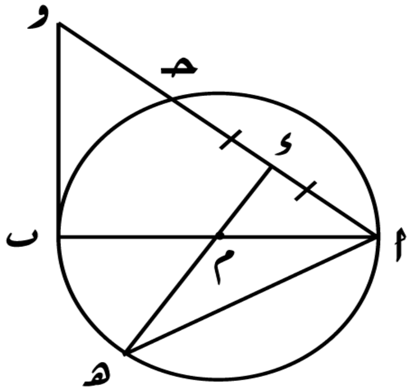
∴ ق∠ (أ) + ق∠ (ب) = ١٨٠°

∴ ق∠ (أ) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

في △ أ ء هـ ∵ أء = هـ ء ∴ ق∠ (أ هـ ء) = ق∠ (أ) = ٧٠°

∵ م.ق.ز.د △ أ ء هـ = ١٨٠° ∴ ق∠ (أ ء هـ) = ١٨٠° − (٧٠° + ٧٠°) = ٤٠°

في الشكل المقابل :



أب قطر في الدائرة م ، ء منتصف أجـ ،

رسم ءم فقطع الدائرة في هـ ،

رسم بو مماس للدائرة فقطع أجـ في و

أثبت أن: (١) الشكل م ب و ء رباعي دائري

(٢) ق (∠ أ و ب) = ٢ ق (∠ هـ)

البرهان ∵ و ب مماس عند ب ∴ م ب ⊥ و ب ∴ ق∠ (م ب و) = ٩٠°

∵ ء منتصف أ جـ ∴ م ء ⊥ أ جـ ∴ ق∠ (م ء و) = ٩٠°

∵ ق∠ (م ب و) + ق∠ (م ء و) = ٩٠° + ٩٠° = ١٨٠°

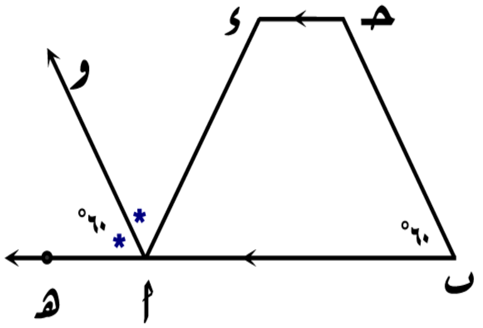
∴ م ب و ء رباعي دائري أولا

∴ ق∠ (أ م ء) الخارجة = ق∠ (أ و ب) الداخلة المقابلة للمجاورة

ولكن ق∠ (أ م ء) المركزية = ٢ ق∠ (هـ) المحيطية

∴ ق∠ (أ و ب) = ٢ ق∠ (هـ) ثانيا

في الشكل المقابل :



اثبت ان : أ ب جـ ء رباعي دائري

البرهان ∵ جـ ء // ب أ ، ب جـ قاطع لهما

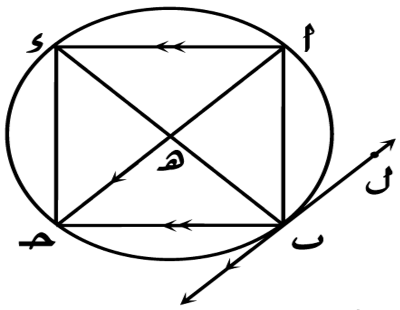
∴ ق∠ (جـ) + ق∠ (ب) = ١٨٠°

∴ ق∠ (جـ) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

∵ أو ينصف ∠ (ء أ هـ) ∴ ق∠ (ء أ هـ) = ٢ × ٦٠° = ١٢٠°

∵ ق∠ (ء أ هـ) الخارجة = ق∠ (جـ) الداخلة المقابلة ∴ أ ب جـ ء رباعي دائري

في الشكل المقابل :



أ ب جـ ء شكل رباعى مرسـوم داخل دائرة حيث

ب جـ // أ ء ، أ جـ ∩ ب ء = { هـ } ،

ب ل مماس للدائرة عند ب حيث ب ل // أ جـ

أثبت أن : ① ء ب ينصف ∠ أ ء جـ

② ق (∠ جـ ب ء) = ق (∠ جـ ء ب)

③ ب جـ يمس الدائرة المارة بالنقط ب ، أ ، هـ

البرهان

∵ ب ل // أ جـ ∴ ق (أ ب) = ق (ب جـ) ①

∴ ق ∠ (أ ء ب) = ق ∠ (جـ ء ب) ∴ ء ب ينصف ∠ أ ء جـ <u>اولا</u>

∵ أ ء // ب جـ ∴ ق (أ ب) = ق (ء جـ) ②

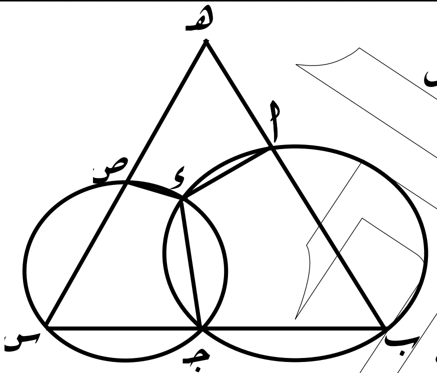
من ① ، ② ∴ ق (ب جـ) = ق (ء جـ) ∴ ق ∠ (ب ء جـ) = ق ∠ (جـ ب ء) <u>ثانيا</u>

∵ ق (ب جـ) = ق (ء جـ) ∴ ق ∠ (ب أ جـ) = ق ∠ (جـ ب ء)

∴ ب جـ مماس للدائرة المارة برؤوس △ ب أ هـ <u>ثالثا</u>

في الشكل المقابل :

اثبت ان : أ ء ص س رباعى دائرى



البرهان

∵ أ ب جـ ء رباعى دائرى

∴ ق (∠ هـ أ ء) الخارجة = ق (∠ ب جـ ء) الداخلة المقابلة

∵ ء جـ س ص رباعى دائرى

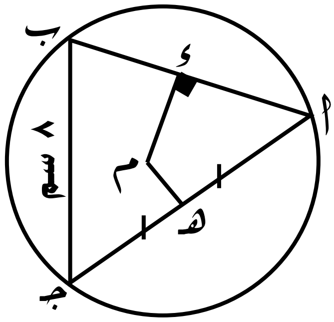
∴ ق (∠ هـ ص ء) الخارجة = ق (∠ س جـ ء) الداخلة المقابلة

∵ ب ، جـ ، س على استقامة واحدة ∴ ق (∠ ب جـ ء) + ق (∠ س جـ ء) = ١٨٠°

∴ ق (∠ هـ أ ء) + ق (∠ هـ ص ء) = ١٨٠° ∴ أ ء ص س رباعى دائرى

في الشكل المقابل : ① اثبت ان : أ ء م هـ رباعي دائري

② اوجد طول ء هـ



البرهان

∵ هـ منتصف أ جـ ∴ م هـ ⊥ أ جـ ∴ ق (∠ أ هـ م) = ٩٠°

∵ م ء ⊥ أ ب ∴ ء منتصف أ ب ∴ ق (∠ أ ء م) = ٩٠°

∵ ق (∠ أ هـ م) + ق (∠ أ ء م) = ٩٠° + ٩٠° = ١٨٠°

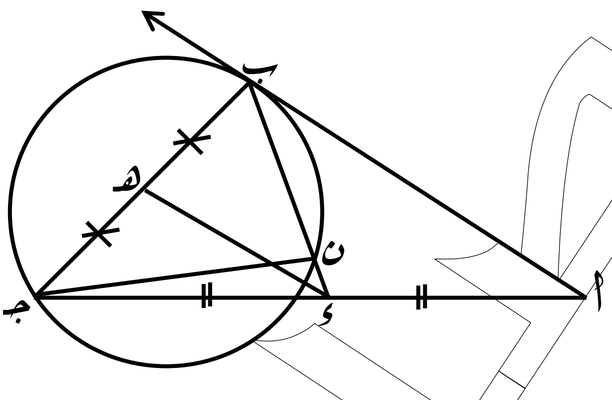
∴ أ ء م هـ رباعي دائري

∵ ء منتصف أ ب ، هـ منتصف أ جـ ∴ ء هـ = $\frac{١}{٢}$ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × ٨ = ٤سم

في الشكل المقابل : أ ب مماس للدائرة

① اثبت ان : ء هـ // أ ب

② ن ء جـ هـ رباعي دائري



البرهان في △ أ ب جـ

∵ ء منتصف أ جـ ، هـ منتصف ب جـ ∴ ء هـ // أ ب اولا

∵ ء هـ // أ ب ، ب ء قاطع لهما ∴ ق (∠ أ ب ء) = ق (∠ ب ء هـ) بالتبادل ①

∵ أ ب مماس للدائرة ∴ ق (∠ أ ب ء) المماسية = ق (∠ ب جـ ن) المحيطية ②

من ① ، ② ∴ ق (∠ ب ء هـ) = ق (∠ ب جـ ن)

∴ ق (∠ ن ء هـ) = ق (∠ هـ جـ ن)

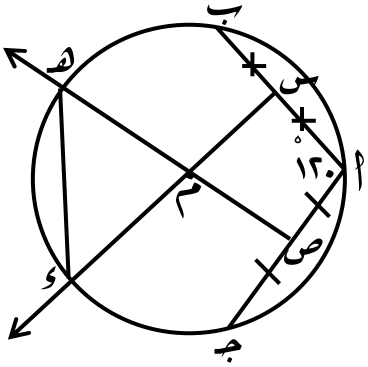
وهما مرسومتان على قاعدة واحدة هـ ن وفي جهة واحدة منها

∴ ن ء جـ هـ رباعي دائري

أب ، أجـ وتران في دائرة مركزها م بحيث ان: ق (∠ ب أ جـ) = ١٢٠°

س ، ص منتصفات أب ، أجـ على الترتيب ، رسم س م فقطع الدائرة في ء

ورسم ص م فقطع الدائرة في هـ اثبت ان : ء هـ = نق



البرهان

∵ س منتصف أب ∴ م س ⊥ أب

∴ ق (∠ أ س م) = ٩٠°

∴ ص منتصف أجـ ∵ م ص ⊥ أجـ ∴ ق (∠ أ ص م) = ٩٠°

∵ ق (∠ أ س م) + ق (∠ أ ص م) = ٩٠° + ٩٠° = ١٨٠°

∴ أ س م ص رباعي دائري

∴ ق (∠ س م ص) = ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠° ∴ ق (∠ هـ م ء) = ٦٠° بالتقابل بالرأس

في △ هـ م ء ∵ هـ م = م ء = نق

∴ ق (∠ م هـ ء) = ق (∠ م ء هـ) = (١٨٠° − ٦٠°) ÷ ٢ = ٦٠°

∵ ق (∠ م هـ ء) = ق (∠ م ء هـ) = ق (∠ هـ م ء) ∴ هـ م = م ء = هـ ء = نق