ادارة الخليفة والمقطم التعليمية

منتدى توجيه الرياضيات

الرياضيات

الصف الثانى الأعدادى

مذكرة الهندسة

الترم الثانى

تقديم

م/عادل إدوار

الوحدة الرابعة

المساحات

المساحة

المنطقة المستوية :-

يقسم المضلع المستوى المرسوم فيه إلي ثلاث مجموعات من النقط

- مجموعة نقط المضلع وهي المضلع ٠

- مجموعة النقط داخل المضلع وتسمي داخل المضلع ٠

- مجموعة النقط خارج المضلع وتسمي خارج المضلع

وحدة قياس المساحة :-

هي مساحة سطح مربع طول ضلعه وحدة قياس الأطوال ٠

مسلمات المساحة

تعتمد دراستنا التالية في مساحة المضلعات علي المسلمات الآتية :

- مساحة المضلع هي عدد موجب (وحيد) ٠

- مساحة مستطيل بعداه ل ، ع من وحدات الأطوال تساوي ل ع وحدة مربعة وقد سبق لك دراسة ذلك في المرحلة الابتدائية ٠

مساحة المستطيل = الطول × العرض

****

نعلم أن :

**** متوازى الأضلاع هو شكل رباعى فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين**

**** خواص متوازى الأضلاع :**

(١) كل ضلعين متقابلين متساويين فى الطول

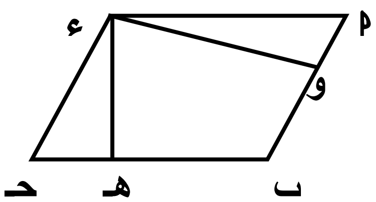
(٢) كل زاويتين متقابلتين متساويتين فى القياس

(٣) القطران ينصف كل منهما الآخر

المعين والمستطيل والمربع هى حالات خاصة من متوازى الأضلاع

البعد بين كل مستقيمين متوازيين ثابت ٠٠٠٠ إرسم مثال لذلك ، أذكر أمثلة من بيئتك

إرتفاع متوازى الأضلاع :



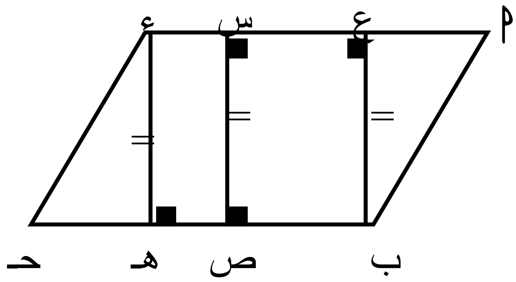
فى الشكل المقابل أ ب حـ ء متوازى أضلاع

إذا كانت جـ ب قاعدة له ، وكان ء هـ ⊥ جـ ب

فيكون طول ء هـ هو الإرتفاع المناظر للقاعدة جـ ب

بالمثل طول ء و هو الإرتفاع المناظر للقاعدة أ ب

ملاحظة :



إرتفاع متوازى الأضلاع المناظر للقاعدة $\overline{\text{جـ ب}}$

يكون مساوياً للإرتفاع المناظر للقاعدة $\overline{\text{أ ء}}$

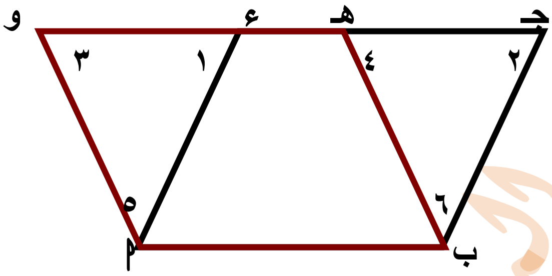
حيث : ء هـ = س ص = ع ب

****

مساحة متوازى الاضلاع

نظرية سطحا متوازيى الاضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان فى المساحة

المعطيات: أ ب // جـ ء ، أ ب جـ ء ، أ ب هـ و متوازيا أضلاع مرسومان على القاعدة أ ب



المطلوب : مـ ▱ أ ب جـ ء = مـ ▱ أ ب هـ و

البرهان : ΔΔ أ ء و ، ب جـ هـ

∵ ق(∠ ١) = ق (∠ ٢) بالتناظر

∵ ق(∠ ٣) = ق (∠ ٤) بالتناظر

∴ ق(∠ ٥) = ق (∠ ٦)

ΔΔ أ ء و ، ب جـ هـ فيهما

ب جـ = أ ء

ب هـ = أ و

ق(∠ ٥) = ق (∠ ٦)

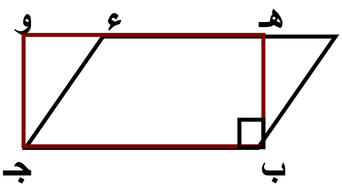
∴ Δ أ ء و ≡ Δ ب جـ هـ

مـ الشكل أ ب جـ و - مـ Δ أ ء و = مـ الشكل أ ب جـ و - مـ Δ ب جـ هـ

∴ مساحة سطح ▱ أ ب جـ ء = مساحة سطح ▱ أ ب هـ و

****

نتيجة ١: مساحة متوازى الاضلاع تساوى مساحة المستطيل المشترك معه فى القاعدة والمحصورمعه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة



مساحة متوازى الاضلاع أ ب جـ ء

= مساحة المستطيل هـ ب جـ و

****

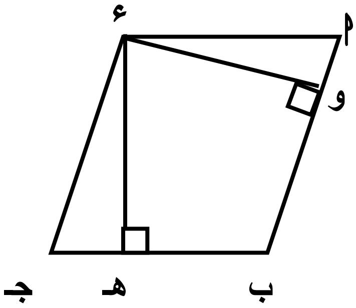
نتيجة ٢ :

مساحة متوازى الاضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

مثـ١ـال : فى الشكل المقابل أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه : أ ب = ١٢سم

، ب جـ = ١٥سم، ء هـ = ٤سم أوجد مساحة متوازى الاضلاع أ ب جـ ء ، طول ء و

الحـــــــل



مساحة ▱ أ ب جـ ء = طول القاعدة × الارتفاع

= ء هـ × ب جـ = ٤ × ١٥ = ٦٠ سم^{٢}

مساحة ▱ أ ب جـ ء = ٦٠سم^{٢}

٦٠سم^{٢} = ء و × أ ب = ء و × ١٢

ء و = $\frac{٦٠}{١٢}$ = ٥سم

****

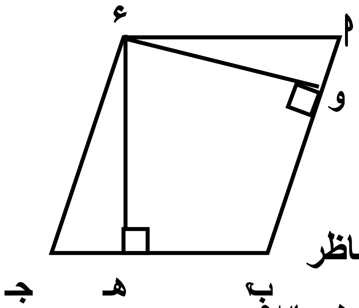
تدريب : في الشكل المقابل أ ب حـ ء متوازى أضلاع

، ء هـ ⊥ جـ ب ، ء و ⊥ أ ب ، ء هـ = ١٠ سم

، ء و = ٨ سم ، ب حـ = ١٢ سم

أوجد مساحة سطح متوازى الأضلاع أ ب حـ ء ثم أحسب طول أ ب

الحـــــــل



بإعتبار جـ ب قاعدة لمتوازى الأضلاع فيكون طول ...... هو الإرتفاع المناظر

∴ مساحة متوازى الأضلاع = ...×........= .... × ..... = ... سم^{٢}

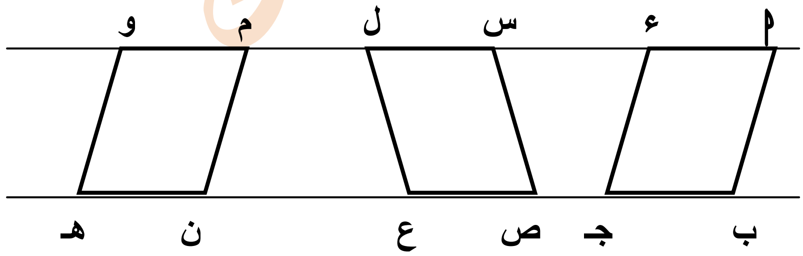
، بإعتبار أ ب قاعدة لمتوازى الأضلاع فيكون طول ...... هو الإرتفاع المناظر

∴ مساحة متوازى الأضلاع = ... × .....

∴ ..... = ... × .....   ∴ أ ب = ... = ... سم

****

نتيجة ٣ : متوازيات الاضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدهما التى على أحد هذين المستقيمين متساوية فى الطول تكون متساوية فى المساحة

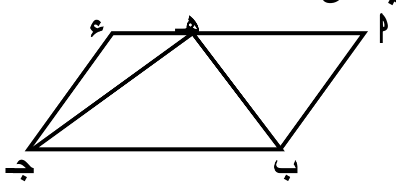


∵ أء = س ل = م و

∴ م ▱ أ ب جـ ء = م ▱ س ص ع ل = م ▱ م ن هـ و

****

نتيجة ٤ : مساحة المثلث تساوى مساحة متوازى الاضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة

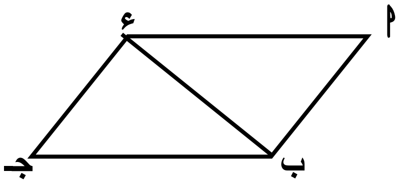


مساحة △ هـ ب جـ يساوى نصف مساحة متوازى الاضلاع أ ب جـ ء

****

نتيجة ٥ : مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ القاعدة × الارتفاع

مثـ٢ـال : فى الشكل المقابل

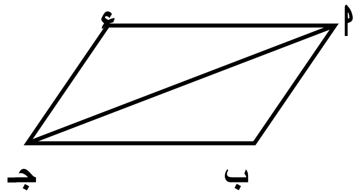


إذا كان مساحة Δء ب جـ = ١٥سم^{٢}

فان مساحة ▱ أ ب جـ ء = ... سم^{٢}

****

مثـ٣ـال : فى الشكل المقابل

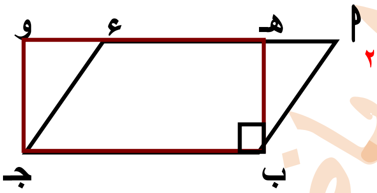


إذا كان مساحة ▱ أ ب جـ ء تساوى ٢٠سم^{٢}

فان مساحة :م Δ أ ب جـ = ... سم^{٢}

****

مثـ٤ـال : فى الشكل المقابل

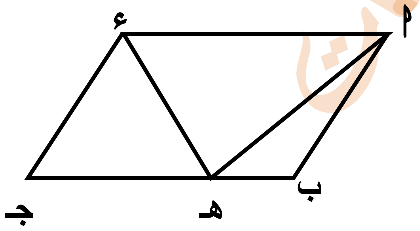


إذا كان مساحة المستطيل هـ ب جـ و تساوى ٣٠سم^{٢}

فان مساحة ▱ أ ب جـ ء = ... سم^{٢}

****

مثـ٥ـال : فى الشكل المقابل

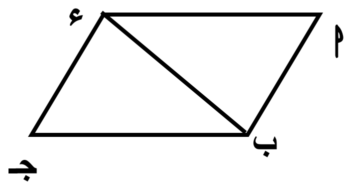


إذا كان مساحة: ▱ أ ب جـ ء = ٥٠سم^{٢}

فان مساحة Δ أ هـ ء = ... سم^{٢}

****

مثـ٦ـال :فى الشكل المقابل

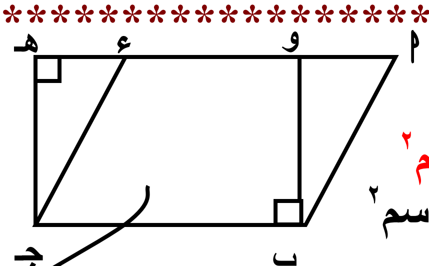


إذا كان مساحة Δ ب جـ ء تساوى ٢٢سم^{٢}

فان مساحة ▱ أ ب جـ ء = ... سم^{٢}

****

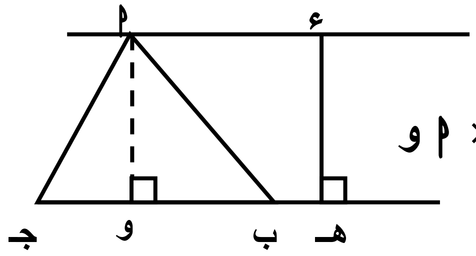
مثـ٧ـال : فى الشكل المقابل



إذا كان مساحة متوازى الاضلاع أ ب جـ ء = ١٥سم^{٢}

فان مساحة المستطيل و ب جـ هـ = ... سم^{٢}

مثـ٨ـال : فى الشكل المقابل ٢ء // ب جـ ، ب جـ = ١٠سم، ء هـ = ٨سم
أوجد مساحة Δ ٢ ب جـ



الحــــــــــل

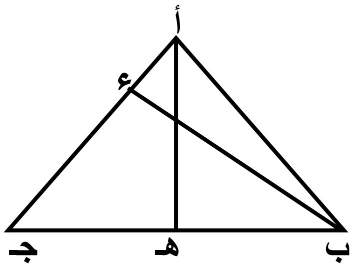
∵ ٢ ء // ب جـ   ∴ ٢ و = ء هـ = ٨سم

مساحة Δ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ القاعدة × الارتفاع = $\frac{1}{2}$ × ب جـ × ٢ و

= $\frac{1}{2}$ × ١٠ × ٨ = ٤٠سم^2

****

مثـ٩ـال : فى الشكل المقابل : ٢ ب جـ Δ فيه : ب جـ = ١٠سم ، ٢ هـ = ٤سم
، ب ء = ٨سم   أوجد مساحة Δ٢ب جـ ، طول أ جـ



الحــــــــــل

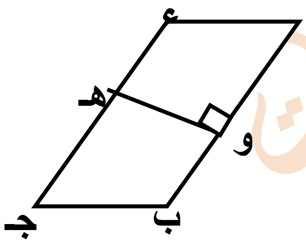
مساحةΔ٢ب جـ = $\frac{1}{2}$ × ب جـ × أ هـ = $\frac{1}{2}$ × ١٠ × ٤ = ٢٠سم^2

مساحة Δ٢ب جـ = $\frac{1}{2}$ × أ جـ × ب ء = $\frac{1}{2}$× ٢ جـ × ٨ = سم^2

∴ ٤ ٢ جـ = ٢٠   ∴ أ جـ = $\frac{٢٠}{٤}$ = ٥سم^2

****

مثـ١٠ـال : فى الشكل المقابل : ٢ب جـ ء متوازى أضلاع فيه هـ و ⊥ ٢ ب، هـ و = ٥سم
ء جـ = ٦سم اوجد مساحة متوازى الاضلاع ٢ ب جـ ء



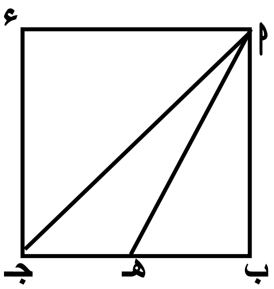
الحــــــــــل

٢ ب جـ ء متوازى أضلاع   ٢ ب = ء جـ = ٦سم

مساحة ▱ ٢ ب جـ ء = ٢ ب × هـ و = ٦ × ٥ = ٣٠ سم^2

****

مثـ١١ـال : فى الشكل المقابل : ٢ ب جـ ء مربع محيطه ١٦سم ، هـ منتصف ب جـ
أوجد مساحة Δ٢ هـ جـ



الحــــــــــل

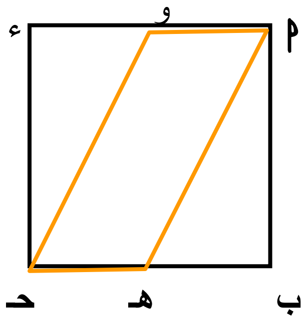
∵ محيط المربع = ٤٠   ∴ طول ضلعه = ١٠ سم

∵هـ منتصف ب جـ   ∴ هـ جـ = ٥سم

∵ مساحة Δ ٢ هـ جـ = $\frac{1}{2}$ × هـ جـ × ٢ ب = $\frac{1}{2}$ × ٥ × ١٠ = ٢٥سم^2

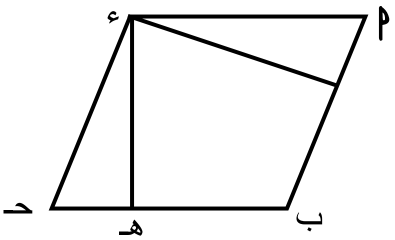
****

تمـــارين



(١) فى الشكل المقابل : أ ب حـ ء مربع طول ضلعه ١٢ سم

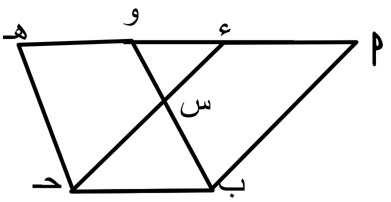
، و منتصف أ ء أوجد مساحة سطح ▱ أ و حـ هـ



(٢) فى الشكل المقابل : أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، ء هـ ⊥ ب حـ

ء و ⊥ أ حـ ، ب حـ = ١٦ سم ، ء حـ = ١٠ سم

، ء هـ = ٥ سم أحسب طول ء و

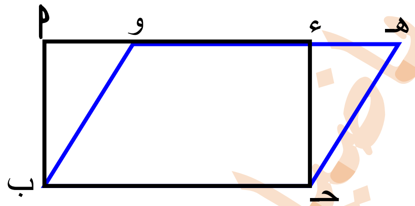


(٣) فى الشكل المقابل : أ ب حـ ء ، و ب حـ هـ متوازيا أضلاع

أثبت أن :

* مساحة الشكل أ ب س ء = مساحة الشكل هـ حـ س و

* مساحة △ أ ب و = مساحة △ ء حـ هـ

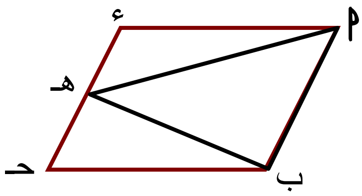


(٤) فى الشكل المقابل : و ب حـ هـ متوازى أضلاع مساحته

٦٠ سم² ، حـ ء ⊥ ب حـ ، ب أ ⊥ هـ و يقطعه فى أ

، أ ب = ٥ سم ، ق (∠ هـ) = ٣٠° أوجد :

مساحة المستطيل أ ب حـ ء ، محيط متوازى الأضلاع و ب حـ هـ



(٥) فى الشكل المقابل : إذا كانت مساحة سطح △ أ ء هـ = ١٥ سم²

، مساحة سطح △ ب هـ حـ = ١٢ سم² أحسب :

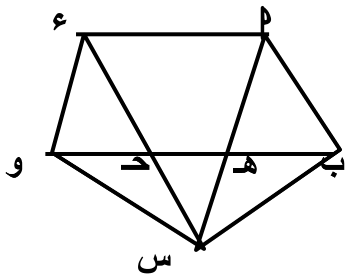
مساحة سطح كل من : △ أ ب هـ ، متوازى الأضلاع أ ب حـ ء

(٦) على الشبكة التربيعية المتعامدة :

إرسم المثلث أ ب حـ حيث أ = (٥ ، ٤) ، ب = (٥ ، ١) ، حـ = (١ ، ٢)

ثم أوجد مساحة سطح المثلث أ ب حـ

(٧) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء ، أ هـ و ء متوازيا أضلاع

، أ هـ ⟵ ∩ ء حـ ⟵ = { س } أثبت أن :

مساحة سطح △ أ ب س = مساحة سطح △ ء و س

(٨) أ ب حـ ء مربع فيه هـ منتصف ب أ فإذا كان محيط المربع أ ب حـ ء = ٤٨ سم

أوجد مساحة سطح △ أ هـ حـ

(٩) أ ب حـ ء مربع فيه س ، ص ، ع ، ل منتصفات أضلاعه ء أ ، ب أ ، ب حـ

، حـ ء على الترتيب فإذا كان مساحة سطح المربع أ ب حـ ء = ١٩٦ سم٢ أوجد

مساحة سطح المربع س ص ع ل

(١٠) أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحة سطحه ١٠٠ سم٢ ، هـ منتصف ب حـ ، ء هـ ⟵ يقطع

أ ب ⟵ فى م أوجد مساحة سطح △ أ م ء

(١١) أ ب حـ ء مستطيل فيه أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ١٥ سم ، هـ ∈ أ ب ⟵ ، هـ ∉ أ ب

أوجد مساحة سطح △ هـ حـ ء

(١٢) أ ب حـ مثلث فيه ب حـ = ١٠ سم ، ق (∠ ب) = ٣٠° ، رسم أ ء ⊥ ب حـ يقطعه

فى ء أوجد مساحة سطح △ أ ب حـ ، إذا رسم حـ هـ ⊥ أ ب ⟷ يقطعه فى هـ أوجد طول حـ هـ

(١٣) أ ب حـ ء مستطيل فيه أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ١٨ سم ، س ، ص منتصفى ب أ ،

ء أ على الترتيب أوجد مساحة سطح المنطقة س ب حـ ء ص

(١٤) أوجد مساحة قطعة أرض مربعة الشكل محيطها ٦٤ متر

(١٥) أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه س ∈ حـ ب ⟵ أثبت أن :

مساحة سطح △ أ س ء = مساحة سطح △ أ حـ ء ،

مساحة سطح △ أ س حـ = مساحة سطح الشكل أ ب س ء

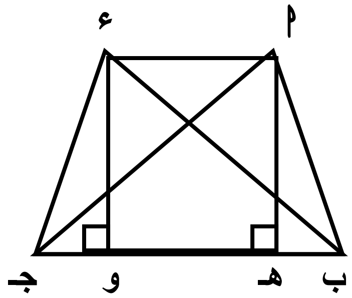
، و إذا كان : حـ أ ∩ س ء = { م } أثبت أن :

مساحة سطح △ أ س م = مساحة سطح △ ء حـ م

****

تساوى مساحتى مثلثين

نظرية (٢) : المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأسيهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة متساويان فى مساحتى سطحيهما



المعطيات:- م ء // ب جـ ، المثلثان م ب جـ ، ء ب جـ تشتركان فى القاعدة ب جـ

المطلوب :- مساحة Δ أ ب جـ = مساحة Δ ء ب جـ

العمل : - نرسم م هـ ، ء و عموديين على ب جـ

البرهان : - م هـ // ء و　　لانهما عموديان على ب جـ

∴ أ هـ = ء و　　∴ الشكل م هـ و ء مستطيل

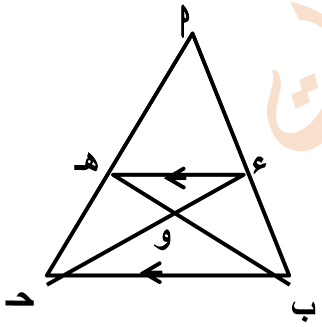
مساحة Δ م ب جـ　= $\frac{١}{٢}$ ب جـ × م هـ

مساحة Δ ء ب جـ　= $\frac{١}{٢}$ ب جـ × ء و

∴ مساحة Δ م ب جـ = مساحة Δ ء ب جـ

****

تدريب أكمل : فى الشكل المقابل إذا كان ء هـ // ب جـ



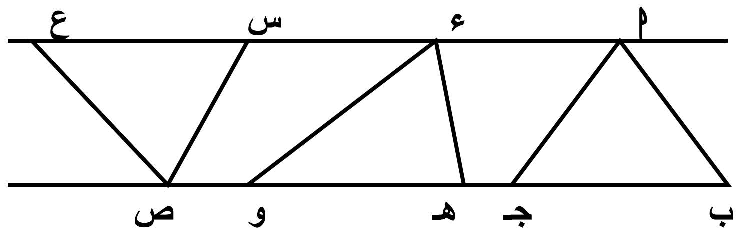
مساحة Δ ء ب حـ = ٠٠٠٠

بإضافة مساحة Δ م ء هـ ينتج :

مساحة Δ م ب هـ = ٠٠٠٠

****

نتيجة ١ : المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون متساوية فى المساحة



إذا كان م ء // ب جـ ،

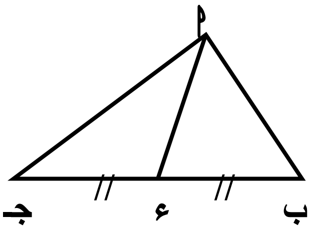
، ب جـ = هـ و = س ع

فان :

∴ مساحة Δ م ب جـ = مساحة Δ ء هـ و = مساحة Δ س ص ع

نتيجة ٢ : متوسط المثلث يقسم سطحه الى سطحى مثلثين متساويين فى المساحة

فى الشكل المقابل



إذا كان م ء متوسط فى Δ م ب جـ

فان :

مساحة Δ م ب ء = مساحة Δ م ء جـ

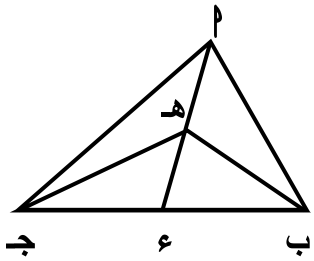
****

مثــ١ــال : فى الشكل المقابل : م ء متوسط فى Δ م ب جـ ، هـ ∈ م ء

إثبت أن : مساحة Δ م ب هـ = مساحة Δ م جـ هـ

الحـــــــــــل

∵ م ء متوسط فى Δ م ب جـ ∴ مساحة Δ م ب ء = مساحة Δ م ء جـ (١)



∵ هـ ∈ م ء ∴ هـ ء متوسط فى Δ هـ ب جـ

∴ مساحة Δ هـ ب ء = مساحة Δ هـ ء جـ (٢)

بطرح ٢ من ١

∴ مـ Δ م ب ء ـ مـ Δ هـ ب ء = مـ Δ م ء جـ ـ مـ Δ هـ ء جـ

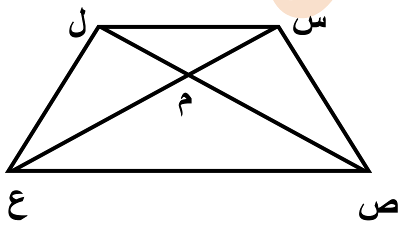
∴ مـ Δ م ب هـ = مـ Δ م هـ جـ

****

مثــ٢ــال : فى الشكل المقابل : س ل // ص ع ، س ع ∩ ص ل = { م }

إثبت أن مساحة Δ س م ص = مساحة Δ ل م ع

الحـــــــــــل



∵ س ل // ص ع

∴ مساحة Δ س ص ع = مساحة Δ ل ص ع

بطرح مساحة Δ م ص ع من الطرفين

∴ مـ Δ س ص ع ـ مـ Δ م ص ع = مـ Δ ل ص ع ـ مـ Δ م ص ع

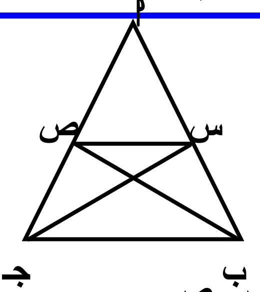
∴ مساحة Δ س م ص = مساحة Δ ل م ع

****

مثــ٣ــال : فى الشكل المقابل : س منتصف أ ب ، ص منتصف أ جـ

إثبت أن مساحة Δ م ب ص = مساحة Δ م س جـ

الحـــــــــــل



∵ س منتصف $\overline{\text{م ب}}$ ، ص منتصف $\overline{\text{م جـ}}$ ، $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

∴ مساحة Δ ب س ص = مساحة Δ جـ س ص

باضافة مساحة Δ م س ص الى الطرفين

∴ م Δ ب س ص + م Δ م س ص = م Δ جـ س ص + م Δ م س ص

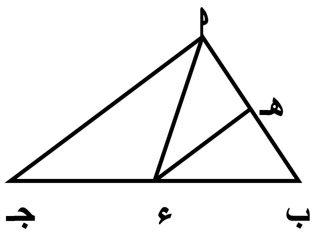
∴ م Δ م ب ص = م Δ م س جـ

****

مثــ٤ــال : فى الشكل المقابل : $\overline{\text{م ء}}$ متوسط Δ م ب جـ ، $\overline{\text{ء هـ}}$ متوسط Δ م ب ء

إثبت أن مساحة Δ م ء هـ = $\frac{1}{4}$ مساحةΔ م ب جـ

الحـــــــــــل



∵ $\overline{\text{م ء}}$ متوسط فى Δ م ب جـ

∴ مساحة Δ م ب ء = $\frac{1}{2}$ مساحة Δ م ب جـ

∵ $\overline{\text{ء هـ}}$ متوسط فى Δ م ب ء

∴ مساحة Δ م هـ ء = $\frac{1}{2}$ مساحة Δ م ب ء

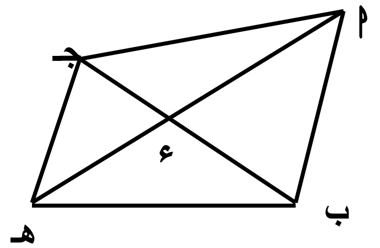
= $\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{2}$ × مساحة Δ م ب جـ = $\frac{1}{4}$ مساحة Δ م ب جـ

****

مثــ٥ــال : فى الشكل المقابل : $\overline{\text{م ء}}$ متوسط فى Δ م ب جـ ، هـ ∋ $\overrightarrow{\text{م ء}}$

إثبت أن : م Δ م ب هـ = $\frac{1}{2}$ م الشكل م ب هـ جـ

الحـــــــــــل



∵ م ء متوسط فى Δ م ب جـ

∴ م Δ م ب ء = م Δ م ء جـ　　(١)

∵ م هـ ∋ أ ء ، هـ ء متوسط Δ هـ ب جـ

∴ م Δ ب ء هـ = م Δ ء هـ جـ (٢)

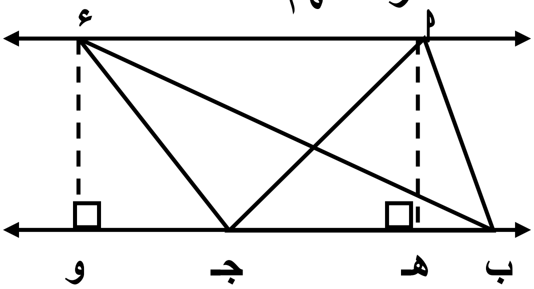
بجمع ١ ، ٢ ينتج أن

∴ م Δ م ب ء + م Δ ب ء جـ = م Δ م ء جـ + م Δ هـ ء جـ

∴ م Δ م ب جـ = م Δ م جـ هـ = $\frac{1}{2}$ مساحة الشكل أ ب هـ جـ

****

نظـــرية ٣ : المثلثان المتساويان فى مساحتيهما والمرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة من هذه القاعدة يكون رأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة



المعطيات : مـ Δ ٲ ب جـ = مـ Δ ء ب جـ ، ب جـ قاعدة مشتركة لهم

المطلوب : ٲ ء // ب جـ

العمل : نرسم ٲ هـ ⊥ ب جـ ، ء و ⊥ ب جـ

البرهان : ∵ مـ Δ ٲ ب جـ = مـ Δ ء ب جـ

$\frac{1}{2}$ × ب جـ × ٲ هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ × ء و

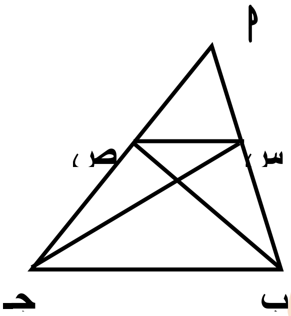
∵ ٲ هـ = ء و　　حيث: ٲ هـ ، ء و عمودان على ب ج

∴ ٲ هـ // ء و　　∴ الشكل ٲ هـ ء و مستطيل　　∴ ٲ ء // ب جـ

****

مثـ١ـال : فى الشكل المقابل : مـ Δ ٲ ب ص = مـ Δ ٲ جـ س إثبت أن ء هـ // ب جـ

الحـــــــــل



∵ مـ Δ ٲ ب ص　= مـ Δ ٲ جـ س

بطرح مـ Δ ٲ س ص من الطرين

∴ مـ Δ ٲ ب ص ـ مـ Δ ٲ س ص = مـ Δ ٲ جـ س ـ مـ Δ ٲ س ص

∴ مـ Δ ب س ص = مـ Δ جـ س ص

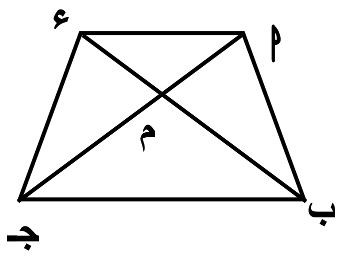
[وهما مرسومتان على قاعدة واحده ورأساهما على جهة واحدةمنها]

∴ س ص // ب جـ

****

مثـ٢ـال : فى الشكل المقابل : مـ Δ ٲ ب م = مـ Δ ء م جـ إثبت أن : ٲ ء // ب جـ

الحـــــــــل



∵ مـ Δ ٲ ب م = مـ Δ ء م جـ

بأضافة : مـ Δ ب م جـ

∴ مـ Δ ٲ ب م + مـ Δ ب م جـ = مـ Δ ء م جـ + مـ Δ ب م جـ

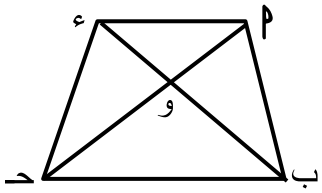
∴ مـ Δ ٲ ب جـ = مـ Δ ء ب جـ

[وهما مرسومتان على قاعدة واحده ورأساهما على جهة واحدةمنها]

∴ ٲ ء // ب جـ

****

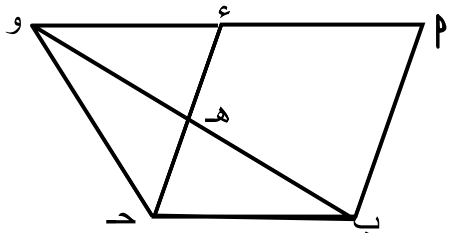
تمـــــارين



(١) فى الشكل المقابل : أ ء // ب حـ

، و مساحة سطح Δ أ ب و = ٣٠ سم٢

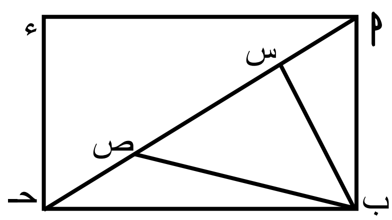
أوجد مساحة سطح Δ ء حـ و



(٢) فى الشكل المقابل : أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، و ∈ أ ء

، هـ منتصف ب و ، مساحة سطح Δ هـ حـ و = ١٥ سم٢

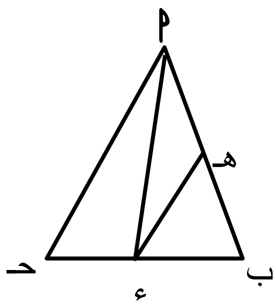
أوجد مساحة سطح متوازى الأضلاع أ ب حـ ء



(٣) فى الشكل المقابل : أ ب حـ ء مستطيل ، أ س = حـ ص

، س ص = $\frac{1}{2}$ أ حـ أثبت أن :

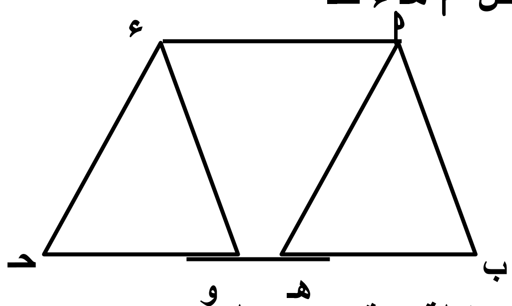
مساحة سطح Δ ب س ص = $\frac{1}{4}$ مساحة سطح المستطيل أ ب حـ ء



(٤) فى الشكل المقابل : أ ء متوسط فى Δ أ ب حـ ، هـ منصف أ ب

أثبت أن : مساحة سطح Δ أ ء هـ = $\frac{1}{4}$ مساحة سطح Δ أ ب حـ

، مساحة سطح Δ ب هـ ء = $\frac{1}{3}$ مساحة سطح الشكل أ هـ ء حـ



(٥) فى الشكل المقابل : هـ ، و ∈ ب حـ حيث

ب هـ = حـ و ، أ ء // ب حـ أثبت أن :

مساحة الشكل أ ب و ء = مساحة الشكل أ هـ حـ ء

(٦) Δ أ ب حـ فيه ء منتصف ب حـ ، هـ منتصف أ حـ ، و نقطة تلاقى متوسطات Δ أ ب حـ

فإذا كانت مساحة Δ أ ب حـ = ٦٠ سم٢ أوجد : مساحة Δ أ ب هـ ، مساحة Δ ب و حـ

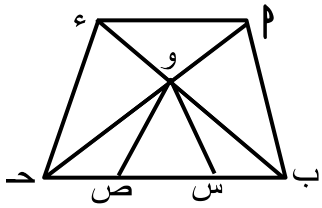
، مساحة Δ ب و ء

(٧) أ ب حـ ء متوازى أضلاع تقاطع قطراه فى و ، هـ منتصف أ و أثبت أن :

** مساحة سطح Δ أ ب هـ = مساحة سطح Δ أ ء هـ

** مساحة سطح Δ ب هـ حـ = مساحة سطح Δ ء هـ حـ

(٨) فى الشكل المقابل : م ء // ب حـ ، ب س = حـ ص أثبت أن :



* مساحة سطح Δ م ب و = مساحة سطح Δ ء حـ و

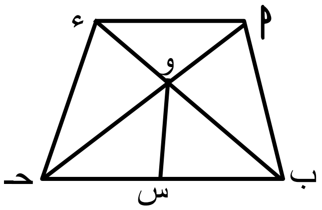
* مساحة سطح الشكل م ب س و = مساحة سطح الشكل ء حـ ص و

(٩) فى الشكل المقابل : م ب حـ ء شكل رباعى فيه

س منتصف ب حـ ، ب ء ∩ م حـ = { و } فإذا كانت

مساحة سطح الشكل م ب س و = مساحة سطح الشكل ء حـ ص و

أثبت أن : مساحة سطح Δ م ب و = مساحة سطح Δ ء حـ و ، ب حـ // م ء

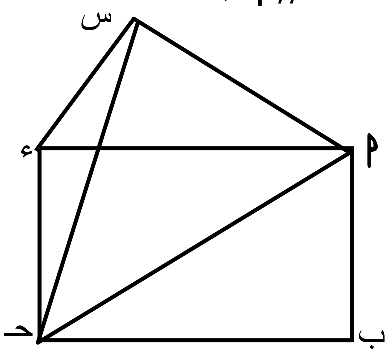


(١٠) فى الشكل المقابل : م ب حـ ء مستطيل فيه

ب حـ = ١٢ سم ، حـ ء = ٩ سم ،

مساحة سطح Δ م س حـ = ٥٤ سم^2

أثبت أن : س ء // م حـ



(١١) Δ م ب حـ فيه س منتصف ب حـ ، ء ∈ م ب ، هـ ∈ م حـ ،

مساحة سطح Δ س ب ء = مساحة سطح Δ س حـ هـ أثبت أن : ** ء هـ // ب حـ

** مساحة سطح Δ م هـ ب = مساحة سطح Δ م ء حـ

** مساحة سطح الشكل م ب س هـ = مساحة سطح الشكل م ء س حـ

(١٢) Δ م ب حـ فيه ء ∈ م ب ، هـ ∈ م حـ بحيث ب هـ ∩ ء حـ = { س } ،

مساحة سطح Δ م هـ ب = مساحة سطح Δ م ء حـ أثبت أن : ** ء هـ // ب حـ

** مساحة سطح Δ ء ب س = مساحة سطح Δ هـ حـ س

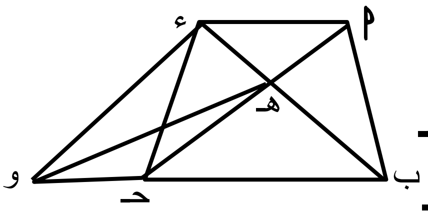
(١٣) فى الشكل المقابل : م ء // ب حـ ،

م حـ ∩ ب ء = { هـ } ،

فإذا كانت مساحة سطح Δ م هـ ب = مساحة سطح Δ و حـ هـ

اثبت أن : مساحة سطح Δ م هـ ب = مساحة سطح Δ ء حـ هـ

ثم اثبت أن : و ء // حـ هـ



****

مساحة المعين

تذكر أن المعين هو متوازى أضلاع تكون أضلاعه متساوية فى الطول .

خواصه

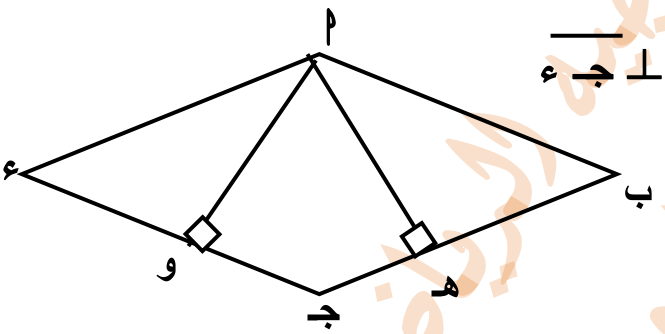
(١) كل ضلعين متقابلين متوازيين

(٢) القطران متعامدان وينصف كلا منهما الاخر

(٣) القطران ينصف كلا منهما زاويتا الراس الواصل بينهما

مساحة المعين : إذا علم طول ضلعه ، إرتفاعه

مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه



ﺃ ب ﺟ ء معين فيه : $\overline{\text{ﺃ ﻫ}} \perp \overline{\text{ب ﺟ}}$ ، $\overline{\text{ﺃ و}} \perp \overline{\text{ﺟ ء}}$

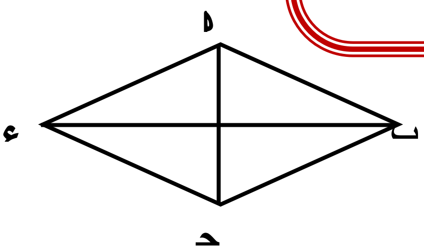
∴ مساحة المعين = ب ﺟ × ﺃ ﻫ

= ﺟ ء × ﺃ و

****

مساحة المعين : إذا علم طولا قطريه

مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولا قطريه



ﺃ ب ﺟ ء معين فيه : $\overline{\text{ﺃ ﺟ}}$ ، $\overline{\text{ب ء}}$ قطران لهما

∴ مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ ﺃ ﺟ × ب ء

****

مثـــ١ـال : معين طول ضلعه = ١٠ سم وارتفاعه = ٤ سم أوجد مساحته

مساحته = طول ضلعه × أرتفاعه = ١٠ × ٤ = ٤٠ سم^2

****

مثـــ٢ـال : معين طولا قطريه ١٠ سم ، ٦ سم أوجد مساحته

مساحته = $\frac{1}{2}$ × ١٠ × ٦ = ٣٠ سم^2

مثـ٣ـال : معين طول ضلعه = ٨سم ومساحته = ٤٨ سم^{٢} أوجد أرتفاعه

∵ مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه = ٤٨

∴ ٤٨ = ٨ × ارتفاعه ∴ ارتفاعه = $\frac{٤٨}{٨}$ = ٦سم

****

مثـ٤ـال : معين أرتفاعه = ٥ سم ومساحته = ٦٠ سم^{٢} أوجد طول ضلعه

∵ مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه = ٦٠

∴ ٦٠ = طول ضلعه × ٥ ∴ طول ضلعه = $\frac{٦٠}{٥}$ = ١٢ سم

****

نتيجة

$\boxed{\text{مساحة المربع} = \frac{١}{٢} \text{ مربع طول قطره}}$

تذكر أن مساحة المربع = مربع طول ضلعه

محيط المربع = طول ضلعه × ٤

****

مثـ٥ـال : مربع طول قطره ١٠ سم أوجد مساحته

مساحته = $\frac{١}{٢}$ مربع طول قطره = $\frac{١}{٢}$ $(١٠)^{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ × ١٠٠ = ٥٠ سم^{٢}

****

مثـ٦ـال : مربع مساحته = ٣٢ سم^{٢} أوجد طول قطره

∵ مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ مربع طول قطره = ٣٢

∴ مربع طول قطره = ٦٤ طول قطره = $\sqrt{٦٤}$ = ٨ سم

****

تدريب : أيهما أكبر فى المساحة مربع طول قطره ١٢ سم أم مربع طول ضلعه ١٠ سم

مساحة المربع الأول =

مساحة المربع الثانى =

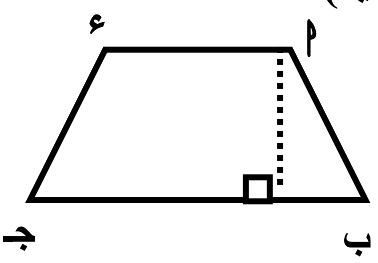
∴

****

مساحة شبه المنحرف

شبه المنحرف :- هوشكل رباعى فيه ضلعين متوازيين (هما قاعدتيه)

ويسمى كل ضلع من الضلعين الغير متوازيين (ساقا)



ففى الشكل المقابل

$\overline{أ ء}$ ، $\overline{ب جـ}$ هما قاعدتا شبه المنحرف ، $\overline{أب}$ ، $\overline{ء جـ}$ هما ساقيه .

مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ مجموع القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

****

مثــ١ــال : شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم ، ٩سم ، أرتفاعه = ١٠سم أوجد مساحته

∵ مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ مجموع القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

∴ المساحة = $\frac{1}{2}$ × (٩ + ٥) × ١٠ = $\frac{1}{2}$ × ١٤ × ١٠ = ٧٠ سم^{2}

****

مثــ٢ــال : شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٤سم ، ١٠سم مساحته = ٣٥ سم^{2} أوجد أرتفاعه

∵ مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ مجموع القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

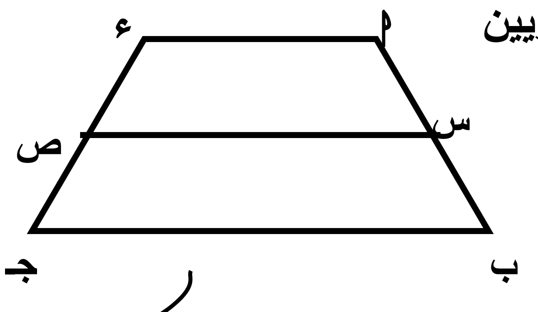
∴ ٣٥ = $\frac{1}{2}$ (٤ +١٠) × ع = ٧ ع

∴ ع = $\frac{٣٥}{٧}$ = ٥سم

****

مساحة شبه المنحرف = القاعدة المتوسطة × الارتفاع

القاعدة المتوسطة هى نصف مجموع القاعدتين المتوازيين



$\overline{س ص}$ تسمى القاعدة المتوسطة

ويكون : س ص = $\frac{م ء + ب جـ}{٢}$

مثـ٣ـال : شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة = ١٠ ارتفاعه =٤سم اوجد مساحته

∴ المساحة = القاعدة المتوسطة × الارتفاع = ١٠ × ٤ = ٤٠ سم^{٢}

****

مثـ٤ـال:شبه منحرف مساحته = ٢٤ سم^{٢} أرتفاعه = ٣سم أوجد طول قاعدته المتوسطة

∵ المساحة = القاعدة المتوسطة × الارتفاع = ٢٤

∴ ٢٤ = القاعدة المتوسطة × ٣ =

∴ القاعدة المتوسطة = $\frac{٢٤}{٣}$ = ٨سم

****

مثـ٥ـال:شبه منحرف مساحته = ٢٠سم^{٢} طول قاعدته المتوسطة =٥سم أوجد أرتفاعه

∵ المساحة = القاعدة المتوسطة × الارتفاع = ٢٠

∴ ٢٠ = ٥ × الارتفاع

∴ الارتفاع = $\frac{٢٠}{٥}$ = ٤سم

****

مثـ٦ـال :شبه منحرف مساحته = ٣٠سم^{٢} ، أرتفاعه = ٦ سم
طول أحدى قاعدتيه المتوازيتين = ٤سم أوجد طول القاعدة الاخرى

بفرض أن القاعدة الاخرى = س ∴ القاعدة المتوسطة = $\frac{١}{٢}$(س+٤)

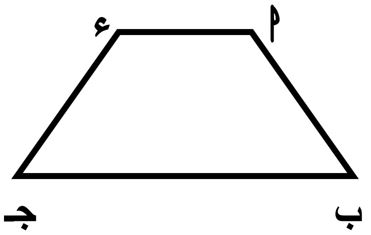
∵ المساحة = القاعدة المتوسطة × الارتفاع = ٣٠

∴ ٣٠ = القاعدة المتوسطة × ٦ = $\frac{١}{٢}$(س + ٤) × $\cancel{٦}^{٣}$

∴ (س + ٤) = $\frac{٣٠}{٣}$ = ١٠ سم ∴ س = ١٠ ـ ٤ = ٦ سم

****

شبه المنحرف المتساوى الساقين



شبه منحرف ساقيه متساويان فى الطول (أ ب = ء جـ)

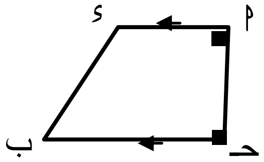
وخائصه هى

(١) زاويتا القاعدة فى شبه المنحرف متطابق الساقين متطابقتان .

(٢) قطرا شبه المنحرف متطابق الساقين متطابقتان .

(٣) قطر شبه المنحرف يقسمه إلى مثلثين غير متساويين فى المساحة **لماذا ؟**

شبه المنحرف القائم الزاوية :



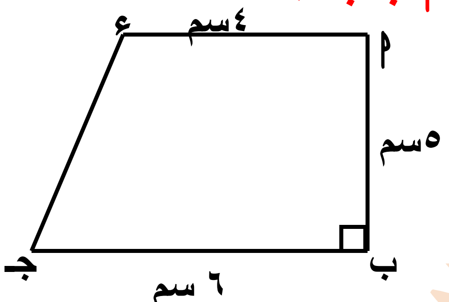
هو شبه منحرف فيه أحد ساقيه عمودى على القاعدتين المتوازيتين

فى الشكل المقابل : $\overline{\text{ء جـ}}$ ⊥ كل من $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{أ ب}}$

أى أن : إرتفاع شبه المنحرف أ ب حـ ء هو طول

****

مثــ٧ــال : فى الشكل المقابل : أوجد مساحة شبه المنحرف أ ب جـ ء



∵ المساحة = القاعدة المتوسطة × الارتفاع

∴ المساحة = $\frac{١}{٢}$ (٤ + ٦) × ٣

= $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٣ = ٥ × ٣ = ١٥ سم^{٢}

****

محيط ومساحة المضلعات

الشكل	محيـــــــــــــــــــــه	مساحــــــــــــــــــه
المستطيل	(الطول + العرض)×٢	الطول × العرض
المربع	طول ضلعه × ٤	طول الضلع × نفسه = نصف مربع طول قطره
المثلث	مجموع أطوال أضلاعه	نصف القاعدة × الارتفاع
متوازى الاضلاع	٢(مجموع ضلعين متجاورين)	طول القاعدة × الارتفاع
المعين	طول ضلعه × ٤	= طول ضلعه × ارتفاعه = نصف حاصل ضرب قطريه
شبه المنحرف	مجموع أطوال أضلاعه	القاعدة المتوسطة × الارتفاع
الدائرة	٢ ط نق	ط نق^{٢}

****

تمـــارين

س (١) أختر الاجابة الصحيحة مما بين القوسين

(١) مستطيل طوله = ٥سم وعرضه = ٣سم يكون محيطه = ... سم

(١٥ – ٨ – ١٦ – ٦٤)

(٢) مستطيل طوله = ٥سم وعرضه = ٣سم يكون مساحته = ... سم٢

(١٥ – ٨ – ١٦ – ٦٤)

(٣) مربع طول ضلعه = ٦سم يكون محيطه = ... سم

(٣٦ – ٧٢ – ٢٤ – ١٢)

(٤) مربع طول ضلعه = ٦سم يكون مساحته = ... سم

(٣٦ – ٧٢ – ٢٤ – ١٢)

(٥) مربع مساحته = ٦٤ سم٢ يكون محيطه = ... سم

(٣٢ - ١٦ - ٢٤ - ٤٠)

(٦) مربع مساحته = ٢٥ سم٢ يكون محيطه = ... سم

(٣٢ - ١٦ - ٢٠ - ٤٠)

(٧) مربع محيطه = ١٢ سم٢ يكون مساحته = ... سم٢

(١٢ - ٩ - ٢٤ - ٦)

(٨) مربع طول ضلعه = ٧ سم يكون محيطه = ... سم

(٢٨ - ٤٩ - ١٤ - ٢١)

(٩)) مربع طول ضلعه = ١٠ سم يكون مساحته= سم٢

(٥ - ٢٠ - ٤٠ - ١٠٠)

(١٠) مربع طول قطره = ١٠ سم تكون مساحته = ... سم٢

(١٠٠ - ٥٠ - ٢٠ - ٢٠٠)

(١١) مربع طول قطره ٥ $\sqrt{٢}$ يكون مساحته = ... سم^٢

(٢٥ - ٥٠ - ٧٥ - ١٠ $\sqrt{٢}$)

(١٢) مربع مساحته = ١٨ سم^٢ يكون طول قطره = ... سم

(٦ - ٣٦ - ٩ - ٣ $\sqrt{٢}$)

(١٣)) مربع مساحته = ١٨ سم^٢ يكون طول ضلعه = ... سم

(٦ - ٣٦ - ٩ - ٣ $\sqrt{٢}$)

(١٤) مربع طول قطره = ٥ $\sqrt{٢}$ يكون طول ضلعه = ... سم

(٥ - ١٠ - ٦ - ٥ $\sqrt{٢}$)

(١٥) متوازى أضلاع طول قاعدته = ٥سم وارتفاعه = ١٠ سم تكون مساحته = ... سم^٢

(١٥ - ٥٠ - ٢٥ - ١٠٠)

(١٦) متوازى اضلاع مساحته = ٣٥ سم^٢ أرتفاعه = ٧سم تكون طول قاعدته = ... سم

(٥ - ١٠ - ١٤ - ٧٠)

(١٧) متوازى أضلاع مساحته = ٣٦ سم^٢ طول قاعدته = ٩ سم يكون أرتفاعه = ... سم

(١٦ - ٨ - ٢٠ - ٤)

(١٨) معين طولا قطريه ٨ سم ، ١٢ سم تكون مساحته تساوى .... سم^٢

(٥٠ - ٢٥ - ١٠٠ - ٤٨)

(١٩) معين مساحته = ٢٨ سم طول احد قطريه = ٧سم فان طول قطره الاخر = ... سم

(٤ - ٨ - ١٦ - ١٤)

(٢٠) معين طول قاعدته = ٥ سم وارتفاعه = ٦ سم تكون مساحته ....سم^٢

(١١ - ٣٠ - ١٥ - ٢٥)

(٢١) معين مساحته = ٦٠ سم طول قاعدته = ١٠ سم يكون أرتفاعه = ... سم

(٦ - ١٢ - ٣ - ١٠)

(٢٢) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة = ١٠سم أرتفاعه = ٣سم

تكون مساحته = ... سم^2 (٣٠ - ١٣ - ١٠٠ - ٩)

(٢٣) شبه منحرف مساحته = ٤٥ سم^2 طول قاعدته المتوسطه = ٩سم

يكون أرتفاعه = ... سم (٥ - ٢٠ - ١٠ - ١٥)

(٢٤) شبه منحرف مساحته = ٢٨ سم^2 ، ارتفاعه = ٤ سم تكون قاعدته

المتوسطة = ... سم (١٤ - ٢١ - ٢٤ - ٤)

(٢٥) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين = ٣ سم ، ٧سم ، ارتفاعه

٤ سم تكون مساحته = ... سم^2 (٤٠ - ٢٠ - ١٢ - ٢٨)

(٢٦) شبه منحرف مساحته = ٢٤ سم^2 طولا قاعدتيه المتوازيتين ٣ ، ١٣

يكون أرتفاعه = ... سم (٨ - ٤ - ١٦ - ١٢)

(٢٧) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٧سم ، ١٣ سم تكون قاعدته

المتوسطة = ... سم (٢٠ - ٦ - ١٠ - ١٢)

(٢٨) شبه منحرف طول احدى قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم وطول قاعدته

المتوسطة = ١٠ سم تكون قاعدته الاخرى = ... سم

(١٤ ـ ٤ ـ ١٦ ـ ٢٠)

(٢٩) مربع محيطه = تساوى مساحته يكون طول ضلعه = ... سم

(٥ - ٦ - ٤ - ٣)

****

(١) أوجد مساحة سطح معين طولا قطريه ١٥ سم ، ١٢ سم

(٢)أوجد طول القاعدة المتوسطة لشبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٧ سم ، ١٥ سم

(٣) أوجد مساحة سطح معين محيطه ٤٠ سم ، و إرتفاعه ٧ سم

(٤) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ١٢ سم ، طول إحدى قاعدتيه المتوازيتين

٩ سم أوجد طول القاعدة الأخرى

(٥) أوجد مساحة شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٧ سم ، ١٣ سم و إرتفاعه ٥ سم

(٦) معين طولا قطريه ١٦ سم ، ١٢ سم ، وطول ضلعه ١٠ سم أوجد إرتفاعه

(٧) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٩ سم ، مساحة سطحه ٦٣ سم^٢ أوجد إرتفاعه

(٨) شبه منحرف إرتفاعه ١٠ سم ، مساحة سطحه ١٥٠ سم^٢ أوجد طول قاعدته المتوسطة

(٩) مربع مساحته ٤٩ سم^٢ أوجد محيطه

(١٠) إذا كانت مساحة مربع طول قطره ١٠ سم تساوى مساحة شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ١٠ سم أوجد إرتفاع شبه المنحرف

(١١) إذا كانت مساحة مربع طول قطره ١٠ سم تساوى مساحة مستطيل أحد بعديه ١٠ سم أوجد محيط المستطيل

(١٢) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ضعف طول قاعدته الصغرى و إرتفاعه يساوى طول قاعدته الكبرى فإذا كانت مساحته ٥٤ سم^٢ أوجد طول قاعدته الصغرى و إرتفاعه

(١٣) قطعة أرض على شكل شبه منحرف مساحته ٣٤٣ سم^٢ و إرتفاعه ٧ سم والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين ٣ : ٤ أوجد طول قاعدته المتوسطة

(١٤) أوجد مساحة معين محيطه ٢٨ سم وقياس إحدى زواياه ٦٠° وطول أحد قطريه ١٢ سم

(١٥) رتب تنازلياً من حيث مساحة السطح : مربع طول قطره ٨ سم ، معين طول ضلعه ٥ سم ، إرتفاعه ٦ سم ، شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة = إرتفاعه = ٦ سم

الوحدة الخامسة

التشابه وعكس فيثاغورث واقليدس

التشابه

تعريف التطابق :-

يقال لمضلعين م١ ، م٢ أنهما متطابقان إذا تحقق الشرطان معاً
١-قياسات الزوايا المتناظرة متساوية
٢-أطوال أضلاع المتناظرة متساوية

ويكتب م١ ≡ م٢

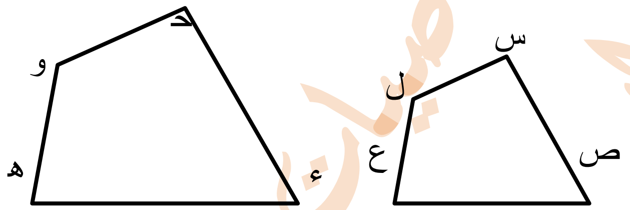
****

تشابه مضلعين :

يقال لمضلعين(لهما نفس العدد من الأضلاع) أنهما متشابهان إذا تحقق الشرطين معا :
(أولاً) قياسات زواياهما المتناظرة متساوية
(ثانياً) أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة

ملاحظة : يستخدم الرمز (~) للتعبير عن التشابه

ففى الشكل المقابل :



إذا كان : المضلع س ص ع ل ~ المضلع حـ ء هـ و

فإن : ق (∠ س) = ق (∠ حـ)

، ق (∠ ص) = ق (∠ ء)

، ق (∠ ع) = ق (∠ هـ)

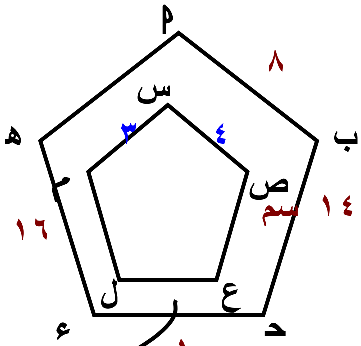
، ق (∠ ل) = ق (∠ و)

أيضاً : $\frac{\text{س ص}}{\text{حـ ء}} = \frac{\text{ص ل}}{\text{ء هـ}} = \frac{\text{ل ع}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{ع س}}{\text{و حـ}}$ = مقدار ثابت

****

مثـ١ـال :

فى الشكل المقابل : المضلع أ ب حـ ء هـ ~ المضلع س ص ع ل م
بإستخدام الأطوال المبينة أوجد أطوال :
س ص ، ع ل ، ل م ، أ هـ



الحـــــــل

∵ المضلع أ ب حـ ء هـ ~ المضلع س ص ع ل م

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ص ع}}$ = ... = ... = ...

∴ ..... = $\frac{٨}{٤}$ = ... = ... = ...

∴ س ص = ...　　،　　ع ل = ...

∴ ل م = ...　　،　　ﻫ = ...

ملاحظات هامة :

(١) يجب كتابة المضلعين المتشابهين بنفس ترتيب رؤوسهما المتناظرة

فإذا كان المضلع ا ب حـ ء هـ ~ المضلع س ص ع ل م فإن :

الرأس ا يناظر الرأس س ، الرأس ب يناظر الرأس ص .... وهكذا

(٢) إذا تشابه مضلعان فإننا نستنتج أن : ** قياسات زواياهما المتناظرة متساوية

** أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة

(٣) لكى يتشابه مضلعان يجب توافر الشرطين معاً ولا يكفى توافر أحدهما دون الآخر

(٤) المضلعان المتطابقان متشابهان بينما ليس من الضرورى أن يكون المضلعان المتشابهان متطابقين

(٥) المضلعان المشابهان لثالث متشابهان

(٦) أى مضلعين منتظمين لهما نفس عدد الأضلاع يكونان متشابهين

(٧) تسمى النسبة الثابتة بين أطوال الأضلاع بنسبة التكبير أو مقياس الرسم ، وإذا كانت هذه النسبة = ١ فإن المضلعين يتطابقان

تدريب : هل يتشابه المربع والمستطيل ؟ و لماذا ؟

هل يتشابه المربع والمعين ؟ و لماذا ؟

****

تعريف التشابه :-

يقال لمضلعين $م_١$ ، $م_٢$ أنهما متشابهان إذا تحقق الشرطان معاً

١ـ قياسات الزوايا المتناظرة متساوية

٢ـ أطوال أضلاع المتناظرة متناسبة

ويكتب $م_١ \sim م_٢$

****

ملاحظات هامة :-

(١) لاثبات تشابه مثلثين يكتفى فقط بأثبات تحقق أحد الشرطين

١ـ قياسات الزوايا المتناظرة متساوية

٢ـ أطوال أضلاع المتناظرة متناسبة

(٢) يجب ترتيب رؤوس المضلعين المتشابهين على حسب تساوى قياسات الزوايا

فمثلا إذا كان

ق(∠ ﺃ) = ق (∠ س) ، ق (∠ب) = ق(∠ ص) ، ق (∠جـ) = ق (∠ع)

فإنه يقال أن

Δ ﺃ ب جـ ~ Δ س ص ع　أو　Δ ﺃ جـ ب ~ Δ س ع ص

أو Δ ب جـ ﺃ ~ Δ ص ع س وهكذا

(٣) إذا كان Δ ﺃ ب جـ ~ Δ س ص ع فإن

***فإن : ق(∠ ﺃ) = ق (∠س) ، ق(∠ب) = ق(∠ص) ، ق (∠جـ) = ق (∠ ع)**

$$، \frac{\text{ﺃ ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{ﺃ جـ}}{\text{س ع}}$$

(٤) المضلعان المشابهان لثالث يكونان متشابهان

إذا كان م١ ~ م٣ ، م٢ ~ م٣ فإن م١ ~ م٢

(٥) المضلعان المتطابقان متشابهان والعكس غير صحيح

(٦) أى مضلعين منتظمين (لهما نفس العدد من الاضلاع) متشابهان

المضلع المنتظم : هو مضلع جميع أضلاعه متساوية فى الطول وزواياه متساوية فى القياس مثل المثلث المتساوى الاضلاع والمربع والخماسى المنتظم والسداسى المنتظم وهكذا

- **جميع المثلثات المتساوية الاضلاع متشابهة**
- **جميع المربعات متشابهة**
- **جميع الخماسيات المنتظمة متشابهة**
- **جميع السداسيات المنتظمة متشابهة**

****

حالات خاصة :

(١) المثلثان المتساويا الأضلاع متشابهان

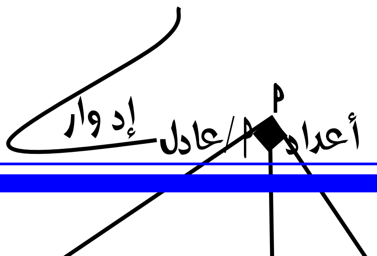
(٢) يتشابه المثلثان القائما الزاوية إذا ساوى قياس إحدى الزاويتين الحادتين فى أحدهما قياس إحدى الزاويتين الحادتين فى الآخر

(٣) يتشابه المثلثان المتساويا الساقين إذا ساوى قياس إحدى زاويتى القاعدة فى أحدهما قياس إحدى زاويتى القاعدة فى الآخر

ملحوظة : يجب كتابة المثلثين المتشابهين بنفس ترتيب رؤوسهما المتناظرة

ملاحظة : إذا رسم من رأس القائمة فى المثلث القائم الزاوية عمود على الوتر إنقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين وكلاهما يشابه المثلث الأصلى

ففى الشكل المقابل :


ﺃ

Δ ا ب حـ قائم الزاوية فى ا ، ا ء ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$

فإن : Δ ا ب حـ ~ Δ ء ب ا ~ Δ ء ا حـ

و من ذلك نجد :

$\frac{\text{ا ب}}{\text{ء ب}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ا ب}}$ ∴ (ا ب)^2 = ء ب × ب حـ

، (ا حـ)^2 = ء حـ × ب حـ

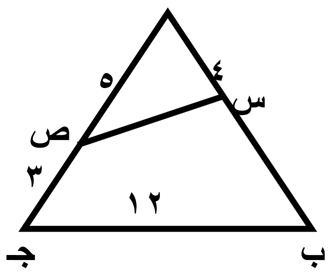
، (ا ء)^2 = ء حـ × ء ب ، ء ا × ب حـ = ا ب × ا حـ

****

مثــ٣ــال : فى الشكل المقابل

إذا كان: Δ ا س ص ~ Δ ا جـ ب

أوجد طول س ب ، س ص



الحــــــل

Δ ا س ص ~ Δ ا جـ ب

∵ $\frac{\text{ا س}}{\text{ا جـ}} = \frac{\text{س ص}}{\text{جـ ب}} = \frac{\text{ا ص}}{\text{ا ب}}$ ∴ $\frac{٤}{٨} = \frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٥}{\text{أ ب}}$

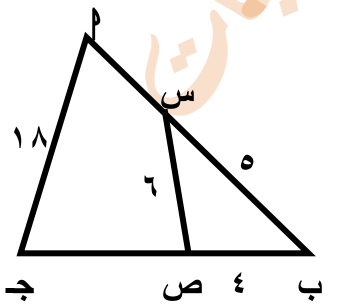
∴ س ص = $\frac{٤ \times ١٢}{٨}$ = ٦سم ،، ا ب = $\frac{٥ \times ٨}{٤}$ = ١٠ سم

****

مثــ٤ــال : فى الشكل المقابل إذا كان

Δ ب س ص ~ Δ ب جـ ا

أوجد : ا س ، ص جـ



الحــــــل

∵ Δ ب س ص ~Δ ب جـ ا

∴ $\frac{\text{ب س}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{س ص}}{\text{ا جـ}} = \frac{\text{ب ص}}{\text{ا ب}}$ ∴ $\frac{٥}{\text{ب جـ}} = \frac{٦}{١٨} = \frac{٤}{\text{ا ب}}$

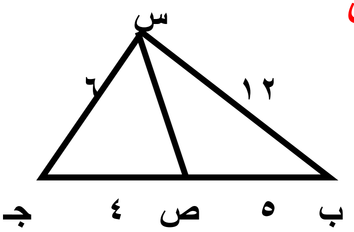
∴ ب جـ = $\frac{٥ \times ١٨}{٦}$ = ١٥ سم ، أ ب = $\frac{١٨ \times ٤}{٦}$ = ١٢ سم

∴ ص جـ = ١٥ ــ ٤ = ١١ سم ، أ س = ١٢ ــ ٥ = ٧ سم

****

مثــ٥ــال : فى الشكل المقابل : إذا كان Δ جـ س ص ~ Δ جـ ب س

أوجد طول : $\overline{\text{س ب}}$



الحـــــــــــل

∵ Δ جـ س ص ~ Δ جـ ب س

∴ $\frac{\text{جـ س}}{\text{جـ ب}} = \frac{\text{س ص}}{\text{ب س}} = \frac{\text{جـ ص}}{\text{جـ س}}$ ∴ $\frac{٦}{٩} = \frac{\text{س ص}}{١٢} = \frac{٤}{٦}$

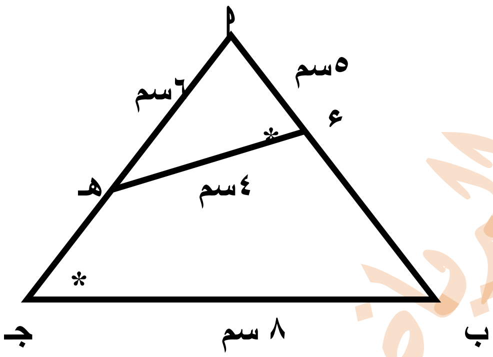
∴ س ص = $\frac{٦ \times ١٢}{٩}$ = ٨ سم

****

مثــ٦ــال : فى الشكل المقابل : ق (∠ أ ء هـ) = ق (∠جـ)

إثبت أن Δ م ء هـ ~ Δ م جـ ب

أوجد : ء ب ، هـ جـ



الحـــــــــــل

فى ΔΔ م ء هـ ، م ب جـ

فيهما
- م زاوية مشتركة
- ق(∠م ء هـ) = ق (∠ جـ)
- ∴ ق (∠ م هـ ء) = ق (∠ب)

∴ Δ م ء هـ ~ Δ م جـ ب

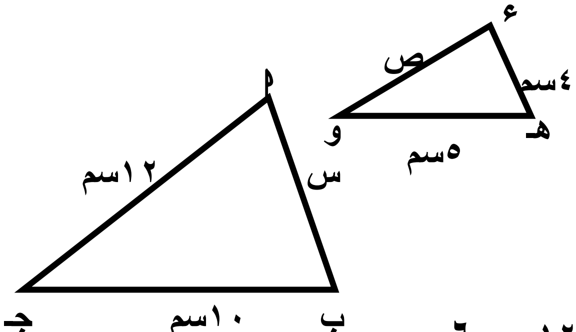
∴ $\frac{\text{م ء}}{\text{م جـ}} = \frac{\text{ء هـ}}{\text{جـ ب}} = \frac{\text{م هـ}}{\text{م ب}}$ ∴ $\frac{٥}{\text{م جـ}} = \frac{٤}{٨} = \frac{٦}{\text{م ب}}$

أ جـ = $\frac{٥ \times ٨}{٤}$ = ١٠سم ، أ ب = $\frac{٨ \times ٦}{٤}$ = ١٢سم

هـ جـ = ١٠ ــ ٦ = ٤سم ، ء ب = ١٢ ــ ٥ = ٧ سم

****

مثــ٧ــال : فى الشكل المقابل Δ م ب جـ ~ Δ ء هـ و . أوجد قيمتى س ، ص



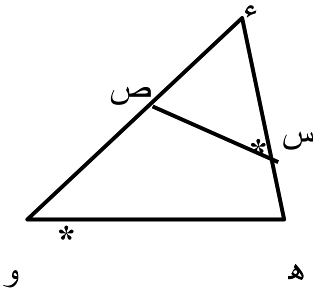
الحـــــــــــل

∵ Δ م ب جـ ~ Δ ء هـ و

∴ $\frac{\text{م ب}}{\text{ء هـ}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{م جـ}}{\text{ء و}}$

∴ $\frac{\text{س}}{٤} = \frac{١٠}{٥} = \frac{١٢}{\text{ص}}$

∴ س = $\frac{٤ \times ١٠}{٥}$ = ٨ سم ، ص = $\frac{٥ \times ١٢}{١٠}$ = ٦ سم



تدريب : في الشكل ء هـ و مثلث ، ق (∠ و) = ق (∠ ء س ص)

، ء س = ٥ سم ، ص و = ١٠ سم ، ء ص = ٣ سم

أوجد طول $\overline{\text{س هـ}}$

الحـــــــل

ΔΔ ء هـ و ، ء ص س فيهما :

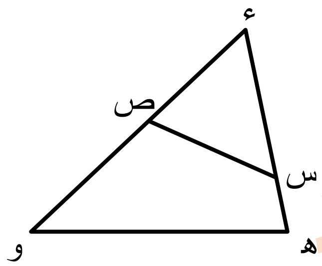
ق (∠ و) = ق (∠ ....) ، ∠ ء ....

∴ Δ ء هـ و ∼ Δ .... ∴ $\frac{\text{ء هـ}}{\text{ء ص}}$ = ... = ...

∴ ء هـ = ... سم ∴ س هـ = ...

****

تدريب :



في الشكل إذا كان ء و = ١٢ سم ، ء هـ = ١٠ سم ،

هـ و = ٨ سم ، س هـ = ٤ سم ، ص و = ٧ سم ،

س ص = ٤ سم أثبت أن :

Δ ء هـ و ∼ Δ ء ص س

الحـــــــل

ΔΔ ء هـ و ، ء ص س فيهما :

، $\frac{\text{ء هـ}}{\text{ء ص}}$ = ... ، $\frac{\text{هـ و}}{\text{ص س}}$ = ... ، $\frac{\text{و ء}}{\text{س ء}}$ = ...

∴ .... = ... = ...

∴ Δ ء هـ و ∼ Δ ....

****

ملاحظة : النسبة بين محيطى مضلعين متشابهين تساوى النسبة بين طولى أى ضلعين متناظرين

تدريب :

مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣ أوجد النسبة بين محيطيهما

الحـــــــل

∵ المضلعان متشابهان ، النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣

∴ النسبة بين محيطيهما = ...

****

تمارين على التشابه

س أكمل العبارات الاتية

١- المضلعان المشابهان لثالث يكونان ....

٢- المضلعان المتطابقان يكونان ....

٣- أى مضلعين .... لهما نفس العدد من .... متشابهان

٤- إذا كانت نسبة التكبير = ١ فإن المضلعان يكونان ....

٥- مثلث قياس زاويتين فيه ٧٠°، ٥٠° ومثلث أخر قياس زاويتين فيه ٧٠°، ٦٠° فإنهما يكونان ....

٦- .... المثلثات المتساوية الاضلاع تكون متشابهة

٧- .... المربعات متطابقة

٨- .... المستطيلات متطابقة

٩- شروط تطابق مضلعين هى

- ....

- ....

١٠- شروط تشابه مضلعين هى

- ....

- ....

١١- إذا كان المضلعان متطابقان فإن نسبة التكبير = ...

١٢- مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٣ سم، ٥ سم، ٧سم ومحيط المثلث الاخر = ٣٠ سم فإن أطوال أضلاع المثلث الاخر هى .... سم، .... سم، .... سم

١٣- إذا كان س ص ع ~ ء هـ و بحيث كان ق (س) = ٥٠°، ق (هـ) = ٦٠° فإن

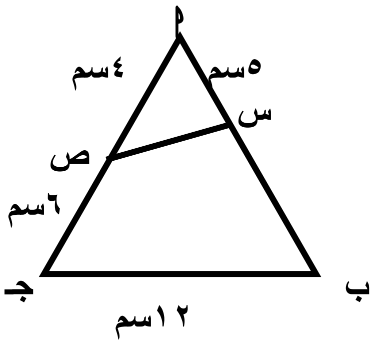
(١) ق (ء) = ...، ق (ص) = ...، ق (ع) = ...، ق (و) = ...

****

[٢] فى الشكل المقابل

إذا كان : Δ م س ص ~ Δ م جـ ب

أوجد طول س ب ، س ص



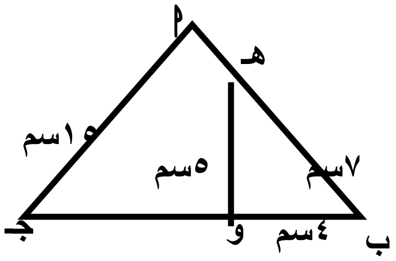
[٣سم – ٦ سم]

****

[٣] فى الشكل المقابل

إذا كان : Δ ب و هـ ~ Δ ب م جـ

أوجد طول : و هـ ، و جـ



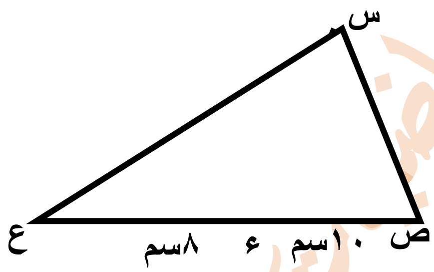
[٥ سم – ١٧ سم]

****

[٤] فى الشكل المقابل

إذا كان : Δع ء س ~ Δ ع س ص

أوجد طول : س ع



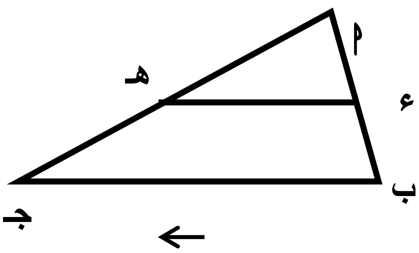
[١٢ سم]

****

[٥] فى الشكل المقابل

إذا كان ء هـ // ب جـ

أثبت أن : Δ م ء هـ ~ Δ م ب جـ

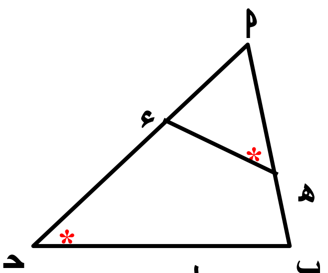


****

[٦] فى الشكل المقابل : ق (∠ م هـ ء) = ق (∠ حـ)

، م ء = ٢ سم ، م هـ = ٣ سم ، ء حـ = ٥ سم

أثبت أن : Δ م هـ ء ~ Δ م حـ ب ثم أوجد طول ب هـ

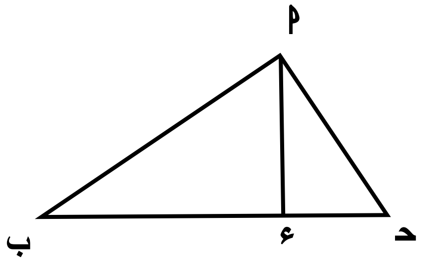


[٧] **فى الشكل المقابل :** إذا كان ٩ ب = ٨ سم

، ٩ حـ = ٦ سم ، ء حـ = ٣.٦ سم

، كان Δ ٩ ء ب ~ Δ حـ ء ٩

فأوجد طول كل من ٩ ء ، ب ء



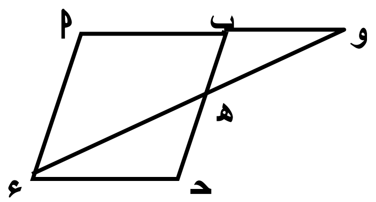
****

[٨] **فى الشكل المقابل :** ٩ ب حـ ء متوازى أضلاع

و ∈ ٩ ب ، و ء ∩ ب حـ = { هـ }

فإذا كان : ٩ ب = ب هـ = ١٢ سم ، هـ حـ = ٨ سم

أثبت أن Δ ء هـ حـ ~ Δ و هـ ب ثم أوجد طول ب و



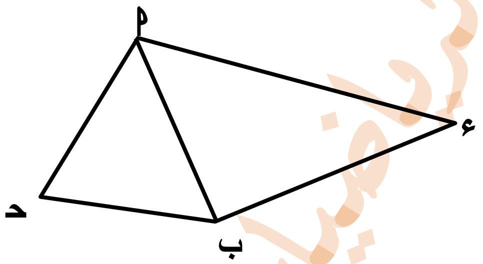
****

[٩] **فى الشكل المقابل :**

٩ ب = ١٠ سم ، ٩ حـ = ٥ سم

، ب حـ = ٢٥ سم ، ٩ ء = ٢٤ سم

أثبت أن Δ ٩ ب حـ ~ Δ ب ء ٩ ، ب ء // ٩ حـ



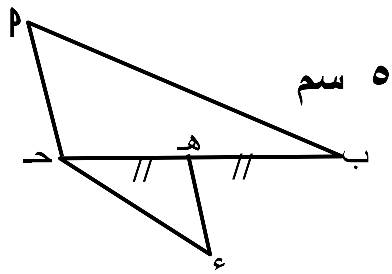
****

[١٠] **فى الشكل المقابل :**

٩ ب = ١٤ سم ، ٩ حـ = ٦ سم ، ب هـ = هـ حـ = ٥ سم

، ء حـ = ٧ سم ، ء هـ = ٣ سم

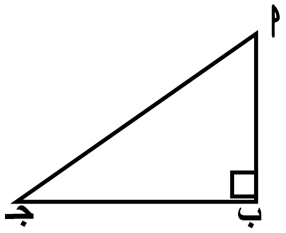
أثبت أن ٩ حـ // ء هـ



****

عكس نظرية فيثاغورث

إذا كان مجموع مساحتى سطحى المربعين المنشأين على ضلعين من أضلاع مثلث يساوى مساحة سطح المربع المنشأ على الضلع الثالث كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة



لاثبات أن مثلث قائم الزاوية

نحدد أكبر الاضلاع طولا وليكن ا جـ

نوجد مربع طوله أى : (ا جـ)^{٢}

ثم نوجد مجموع مربعى الضلعين الاخرين

(ا ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} فاذا كان

(أ جـ)^{٢} = (ا ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} كان المثلث قائم الزاوية فى ب

****

مثـــ١ـــال : بين أيا من المثلثات الاتية قائم وايها غير قائمة

(١)　ا ب = ٥ سم　،　ب جـ = ٧ سم　،　ا جـ = ٨ سم

الحـــــــــل

(ا جـ)^{٢} = (٨)^{٢} = ٦٤

(ا ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = (٥)^{٢} + (٧)^{٢} = ٢٥ + ٤٩ = ٧٤

(ا جـ)^{٢} ≠ (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}　　　أ ب جـ غير قائم الزاوية

****

مثـــ٢ـــال : بين أيا من المثلثات الاتية قائم وايها غير قائمة

س ص = ١٧　　ص ع = ١٥　　س ع = ٨

الحـــــــــل

(س ص)^{٢} = (١٧)^{٢} = ٢٨٩

(س ع)^{٢} + (ص ع)^{٢} = (٨)^{٢} + (١٥)^{٢} = ٦٤ +٢٢٥ = ٢٨٩

(س ص)^{٢} = (س ع)^{٢} + (ص ع)^{٢}　[　س ص ع قائم الزاوية]

****

مثـ٣ـال : فى الشكل المقابل

إثبت أن : ق (∠ ؚ جـ ء) = ٩٠ . واوجد مساحة الشكل ؚ ب جـ ء

الحـــــــــــل

Δ ؚ ب جـ قائم الزاوية في ب

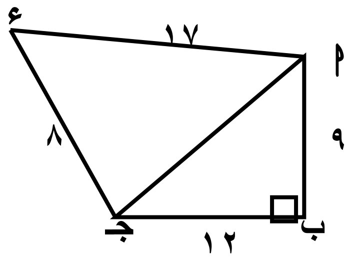
(ؚ جـ)^2 = (ؚ ب)^2 + (ب جـ)^2 = (٩)^2 + (١٢)^2 = ٨١ +١٤٤ = ٢٢٥

ؚ جـ = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥ سم

فى Δ ؚ جـ ء

(ؚ ء)^2 = (١٧)^2 = ٢٨٩

(ؚ جـ)^2 + (جـ ء)^2 = (١٥)^2 + (٨)^2 = ٢٢٥ +٦٤ = ٢٨٩



(ؚ ء)^2 = (ؚ جـ)^2 + (جـ ء)^2

Δ ؚ جـ ء قائم الزاوية فى جـ　　∴ ق (∠ ؚ جـ ء) = ٩٠

مساحة الشكل ؚ ب جـ ء = مساحة Δ ؚ ب جـ + مساحة Δ ؚ جـ ء

= $\frac{١}{٢}$ × ١٢ × ٩ + $\frac{١}{٢}$ × ١٥ × ٨

= ٥٤ + ٦٠ = ١١٤

****

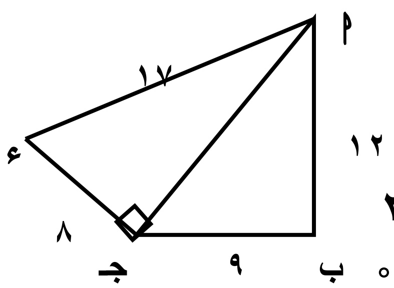
مثـ٤ـال :فى الشكل المقابل　　برهن أن ق (∠ب) =٩٠

الحـــــــــــل

Δ ؚ جـ ء قائم الزاوية فى جـ

(ؚ جـ)^2 = (ؚ ء)^2 – (ء جـ)^2 = (١٧)^2 – (٨)^2 = ٢٨٩ – ٦٤ = ٢٢٥

ؚ جـ = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥ سم



فى Δ ؚ ب جـ

(ؚ جـ)^2 = ٢٢٥

(ؚ ب)^2 + (ب جـ)^2 = (١٢)^2 + (٩)^2 = ١٤٤ + ٨١ = ٢٢٥

(ؚ جـ)^2 = (ؚ ب)^2 + (ب جـ)^2　　∴ ق (∠ب) = ٩٠°

****

تدريبات على عكس فيثاغورث

تدريــ١ــب : أكمل الجدول الآتى حيث Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

أ ب	٣	٦	٩		١٥	٥	١٠		٧	٩	١١
ب حـ	٤	٨		١٥		١٢		٨		٤٠	
أ حـ	٥		١٥	٢٠	٢٥		٢٦	١٧	٢٥		٦١

****

تدريــ٢ــب : بين هل Δ أ ب حـ قائم الزاوية أم لا فى الجدول الآتى :

أ ب	٦	٩	١٤	١٥	١٠	١٤	٧	٣	٥	٩	١١
ب حـ	٨	١٠	١٥	٢٠	٢٤	٨	٢٠	٤	١٢	٤٠	٦٠
أ حـ	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٢٦	١٧	٢٥	٥	١٣	٤٤	٦١
Δ أ ب حـ											

****

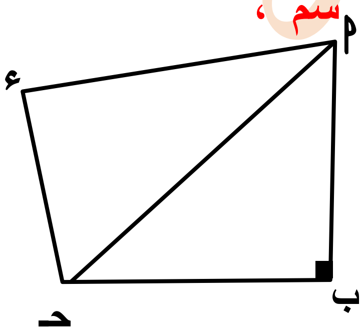
تدريــ٣ــب : فى الشكل المقابل

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه ق (∠ب) = ٩٠° ، أ ب = ١٥ سم ،

ب حـ = ٢٠ سم ، جـ ء = ٧ سم، أ ء = ٢٤ سم

أوجد طول أ جـ ثم أثبت أن ق (∠ء) = ٩٠°

، أوجد مساحة الشكل أ ب حـ ء



الحــــــــل

فى Δ أ ب حـ ∵ ق (∠ب) = ٩٠°

∴ (أ حـ)^2 = ... ∴ أ حـ = ...

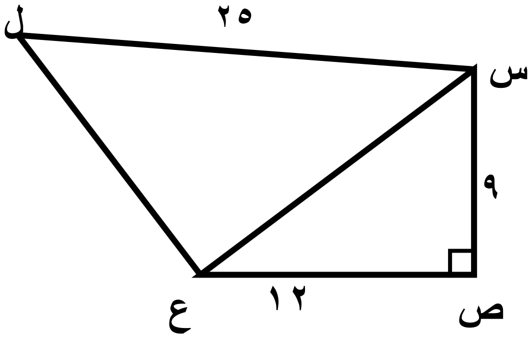
فى Δ أ ب حـ ∵ (أ حـ)^2 = ...، (أ ء)^2 = ...، (حـ ء)^2 = ...

∴ (أ حـ)^2 = ... ∴ .....

مساحة الشكل أ ب حـ ء = مساحة Δ أ ب حـ + ...

= ..... + ... = ...

تدريـــــ٤ــب: فى الشكل المقابل



س ص ع ل شكل رباعى فيه

ق (∠ص) = ٩٠° ، ع ل = ٢٠ سم

س ص = ٩ سم ، ص ع = ١٢سم

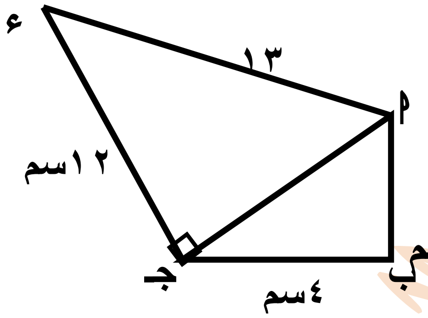
س ل = ٢٥ أوجد

(١) أثبت أن ق (∠س ع ل) = ٩٠°

(٢) أوجد مساحة الشكل س ص ع ل

****

تدريـــــ٥ــب:



فى الشكل المقابل

ﺃ ب جـ ء شكل رباعى فيه

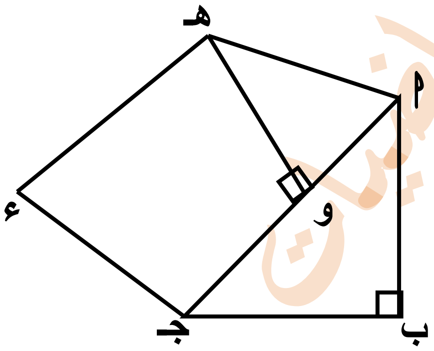
ق (∠ ﺃ جـ ء) = ٩٠° ، ء جـ = ١٢سم

ﺃ ء = ١٣سم ، ﺃ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤سم

أثبت أن ق (∠ ب) = ٩٠°

****

تدريـــــ٦ــب: فى الشكل المقابل



ﺃ ب = ٣ سم، ب جـ = ٤سم

ق (∠ب) = ٩٠° ، هـ و = ٣.٦

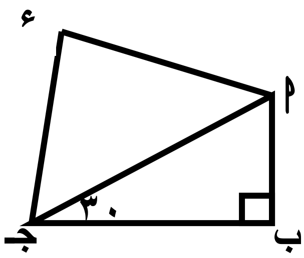
هـ ء = ٤سم ، هـ ء // ﺃ جـ

(١) أوجد مساحة شبه المنحرف : ﺃ جـ ء هـ

(٢) أوجد مساحة الشكل: ﺃ ب جـ ء هـ

****

تدريـــــ٧ــب: فى الشكل المقابل



ق(∠ ﺃ ب جـ) = ٩٠° ، ﺃ ء = ١٦ سم

ﺃ ب = ١٠سم ، جـ ء = ١٢سم

أثبت أن : ق (∠ ﺃ ء جـ) = ٩٠°

****

تمارين على عكس نظرية فيثاغورث

[١] بين أيا من المثلثات الاتية قائم الزاوية

(١) Δ أ ب جـ فيه أ ب = ٦سم ، ب جـ = ٨سم ، أ جـ = ١٢سم

(٢) Δ أ ب جـ فيه أ ب = ٦سم ، ب جـ = ١٠سم ، أ جـ = ٨ سم

(٣) Δ أ ب جـ فيه أ ب = ١٥سم ، ب جـ = ٩ سم ، أ جـ = ١٢سم

(٤) Δ أ ب جـ فيه أ ب = ٧سم ، ب جـ = ١٠سم ، أ جـ = ١٣سم

(٥) Δ أ ب جـ فيه أ ب = ١٦سم ، ب جـ = ١٢سم ، أ جـ = ٢٠سم

****

[٢] فى الشكل المقابل أ ب جـ ء شبه منحرف فيه

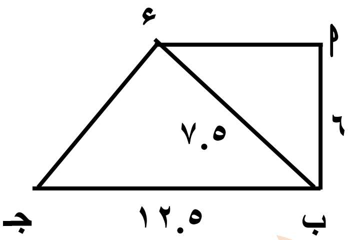
أ ء // ب جـ ، ق(∠أ) = ٩٠°

أ ب = ٦سم ، ب ء = ٧.٥سم

ب جـ = ١٢.٥ أوجد

(١) أ ء ، ء جـ

(٢) إثبت أن ق(∠ب ء جـ) = ٩٠°



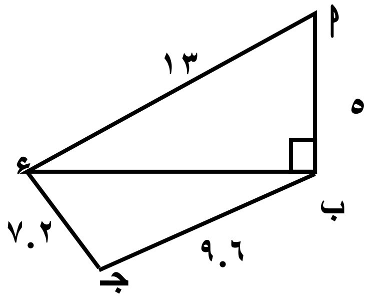
****

[٣] فى الشكل المقابل أوجد

(١) طول ب ء

(٢) إثبت أن ق (∠ب جـ ء) = ٩٠°

(٣) أوجد طول مسقط ب جـ على ب ء



****

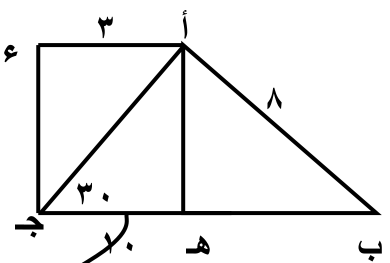
[٤] فى الشكل المقابل

ق(∠ء) = ٩٠° ، ق (∠أ جـ ء) = ٣٠°

أ ء = ٣سم ، أ هـ ⊥ ب جـ

أ ب = ٨ سم ، ب جـ = ١٠سم

(١) أوجد طول أ جـ

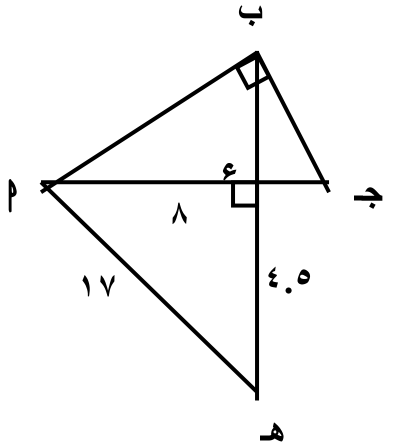


(٢) إثبت أن ق (∠ب ؟ جـ) = ٩٠

(٣) أحسب طول مسقط ؟ ب على ؟ هـ

****

[٥] فى الشكل المقابل



ق (∠؟ ب جـ) = ٩٠ ، ب ء ⊥ ؟ جـ

هـ ∋ ب ء حيث ؟ ء = ٨سم

ء جـ = ٤.٥ ، ؟ هـ = ١٧سم

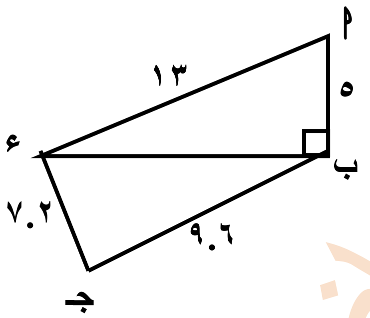
أوجد (١) طول كلا من ء هـ ، ب ء ، ؟ ب

(٢) طول مسقط ؟ هـ على ب هـ

(٣) هل ق(∠ب ؟ جـ) = ٩٠°

****

[٦] فى الشكل المقابل



(١) أوجد طول ب ء

(٢) إثبت أن ق (∠ب جـ ء) = ٩٠

(٣) أوجد طول مسقط ب ء على ؟ ء

****

[٧] ؟ ب جـ مثلث فيه ب جـ = ٢٥سم ، ؟ جـ = ١٥سم ، ء منتصف ؟ ب ، هـ هى مسقط ء على ب جـ ، ء هـ = ٦سم إثبت أن ق (∠ب ؟ جـ) = ٩٠ ْ

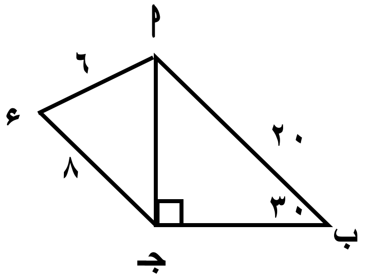
****

[٨] ؟ ب جـ مثلث فيه أ ب = ٧سم ، ب جـ = ٢٤ سم ، ب ء متوسط فى المثلث أ ب جـ فاذا كان ب ء = ١٢.٥ سم ، إثبت ان ق (∠ ؟ ب جـ) = ٩٠

وأوجد طول ؟ جـ

****

[٩] فى الشكل المقابل ؟ ب جـ ء شكل رباعى فيه



ق(∠ب) = ٣٠ ، ق (∠؟ جـ ب) = ٩٠

؟ ء = ٦سم ، جـ ء = ٨سم

إثبت أن ق (∠؟ ء جـ) = ٩٠ ْ

****

[١٠] ﻫ ب جـ مثلث متساوى الساقين فيه ﻫ ب = ﻫ جـ ، ﻫ ء ⊥ ب جـ ،
ﻫـ ∋ ب جـ ، ﻫـ ∋ ب جـ بحيث كان ﻫ ء = ١٢سم ، ب جـ = ١٨ سم
، ﻫ ﻫـ = ٢٠ سم إثبت ان ق (∠ب ﻫ ﻫـ) = ٩٠

****

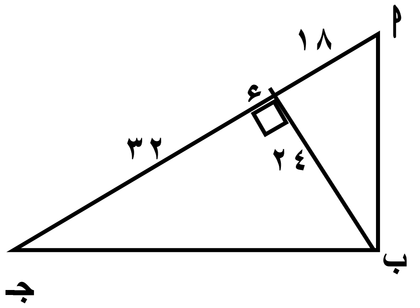
[١١] ﻫ ب جـ مثلث فيه ﻫ ء ⊥ ب جـ يقطعه فى ء ، ﻫ ء = ٦ سم ،
ب ء = ٣سم ، جـ ء = ١٢ سم ، إثبت أن ق (∠ب ﻫ جـ) = ٩٠

****

[١٢] فى الشكل المقابل

Δ ﻫ ب جـ فيه ب ء ⊥ أ جـ
، ﻫ ء = ١٨ سم ، ء جـ = ٣٢ سم
ب ء = ٢٤ سم أثبت أن
(١) ق (∠ﻫ ب جـ) = ٩٠ ْ

(٢) $\frac{\text{مساحة } \Delta \text{ ﻫ ب ء}}{\text{مساحة } \Delta \text{ ء ب جـ}} = \frac{٩}{١٦}$



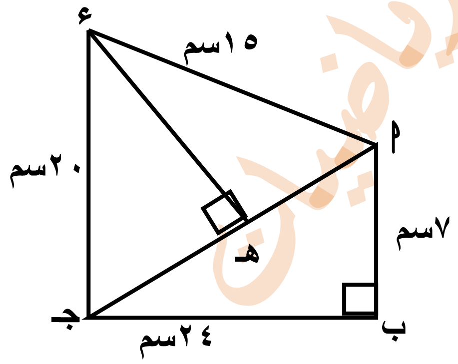
****

[١٣] فى الشكل المقابل

(١) إثبت أن ﻫ جـ = ٢٥

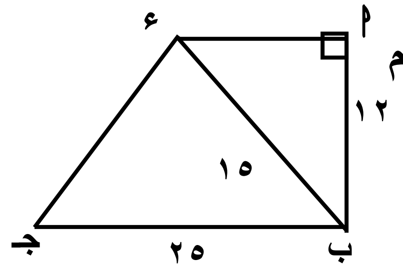
(٢) إثبت أن ق (∠ﻫ ء جـ) = ٩٠

(٣) أوجد طول مسقط ء جـ على ﻫ جـ



****

[١٤]فى الشكل المقابل ﻫ ب جـ ء شبه منحرف فيه
ﻫ ء // ب جـ ، ق (∠ﻫ) = ٩٠ ، ﻫ ب = ١٢سم
، ب ء = ١٥سم ب جـ = ٢٥ سم
(١) أوجد طول ﻫ ء ، ء جـ
(٢) اوجد طول مسقط ء جـ على ب جـ
(٣) اوجد مساحة شبه المنحرف أ ب جـ ء
(٤) برهن أن ق (∠ ب ء جـ) = ٩٠ ْ

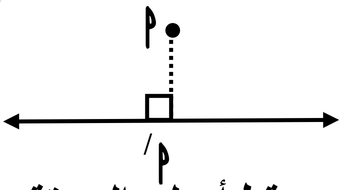


****

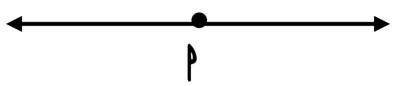
المساقط

مسقط نقطة على مستقيم

هو موقع العمود المرسوم من هذه النقطة على هذا المستقيم .

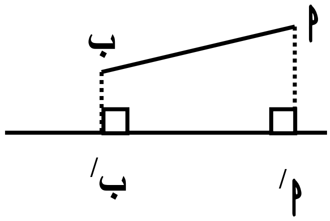


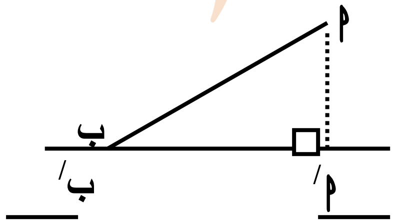
ا/ هى مسقط ا على المستقيم ل

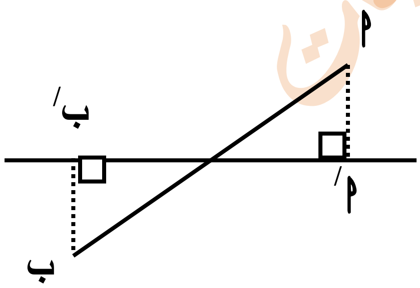


حالة خاصة إذا كان ا ∋ ل
فان مسقطها هو نفسها

مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم





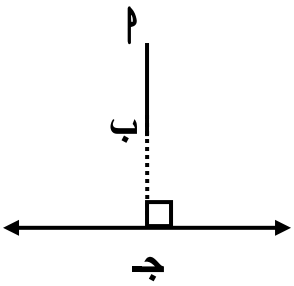


فى كل شكل من الاشكال السابقة $\overline{\text{ا/ ب/}}$ هى مسقط $\overline{\text{ا ب}}$

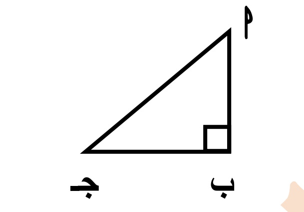
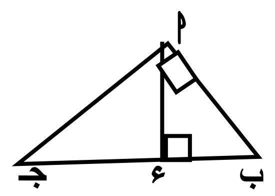
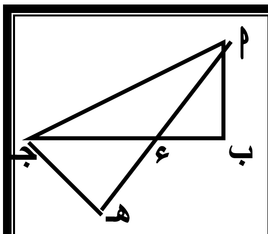
حالة خاصة

إذا كان ا ب ⊥ ل فان

مسقط $\overline{\text{ا ب}}$ على ل هو نقطة جـ

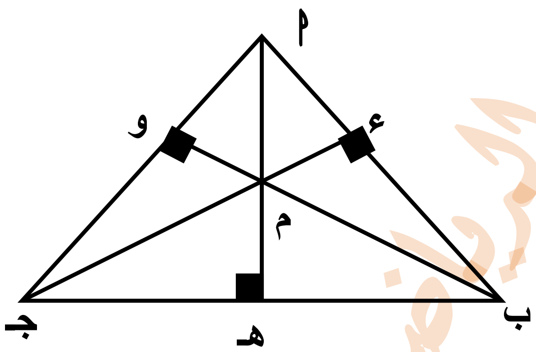


تدريب (١) أكمل الجدول الاتى

المساقط			
مسقط أ ب على ب جـ	....	....	....
مسقط أ جـ على ب جـ	....	....	....
مسقط ب جـ على أ ب	....	....	....
مسقط أ جـ على أ ب	....	....	....

****

تدريب (٢) فى الشكل المقابل أكمل :



(١) مسقط $\overline{\text{م ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ هو ....

(٢) مسقط $\overline{\text{ب جـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{م جـ}}$ هو ....

(٣) مسقط $\overline{\text{م جـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{م جـ}}$ هو ....

(٤) مسقط $\overline{\text{ب جـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{م جـ}}$ هو ....

(٥) مسقط $\overline{\text{م ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{م جـ}}$ هو ....

(٦) مسقط $\overline{\text{ب م}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ هو ....

(٧) مسقط $\overline{\text{جـ م}}$ على $\overleftrightarrow{\text{م ب}}$ هو ....

(٨) مسقط $\overline{\text{م م}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ هو ....

(٩) مسقط $\overline{\text{م ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{م ب}}$ هو ....

(١٠) مسقط $\overline{\text{م ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{م هـ}}$ هو ....

(١١) مسقط $\overline{\text{م جـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ء جـ}}$ هو ....

(١٢) مسقط $\overline{\text{م هـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ هو ....

(١٤) مسقط $\overline{\text{جـ ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{م ب}}$ هو ....

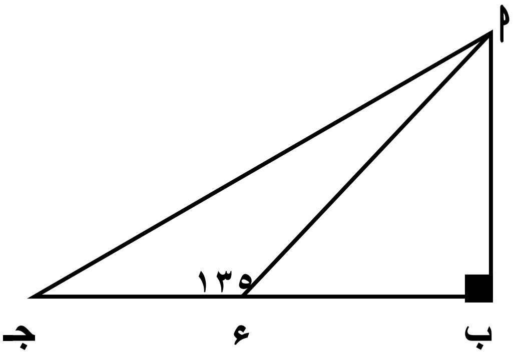
(١٥) مسقط ب و على ٵ جـ هو ....

(١٦) مسقط ب م على ٵ جـ هو ....

****

تدريب (٣) فى الشكل المقابل : ٵ ء ⊥ ء جـ ، ب ء = ٦سم

ق(∠ ٵ ب جـ) = ١٣٥ ° أكمل



(أ) مساحة Δ ٵ ب جـ = ...

(ب) مسقط ٵ ب على ب جـ هو ....

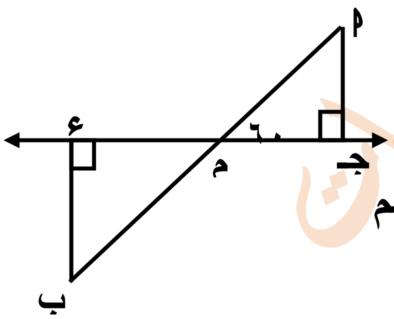
(جـ) طول مسقط ٵ جـ على ب جـ هو ....

(ء) مسقط ب جـ على ٵ ء هو ....

****

تدريب (٤) فى الشكل المقابل : ٵ ب ∩ جـ ء = { م } ، ٵ جـ ⊥ جـ ء ،

ب ء ⊥ جـ ء ، ٵ م = ٦سم ، ٵ ب = ١٠سم ، ق(∠ ٵ م جـ) = ٦٠ ° أكمل



(١)مسقط ٵ ب على جـ ء هو .... وطوله = ... سم

(٢)طول مسقط ٵ جـ على جـ ء هو = ...

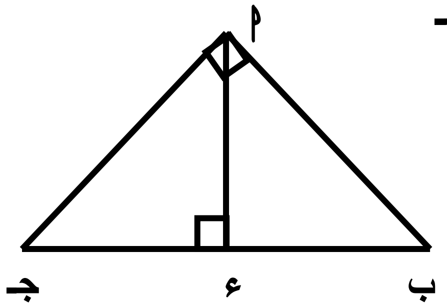
(٣) مسقط ب جـ على جـ ء هو .... وطوله = ... سم

****

نظرية إقليدس

مساحة سطح المربع المنشا على أحد ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية يساوى مساحة المستطيل الذى بعداه طول مسقط هذا الضلع على الوتر وطول الوتر

فى الشكل : Δ أ ب جـ : ق (∠ أ) = ٩٠° ، $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$

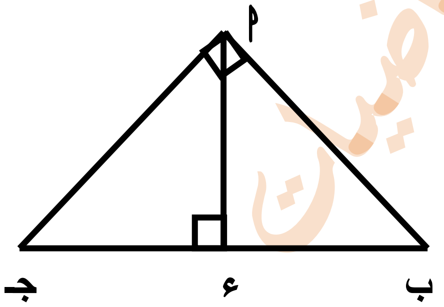


(أ ب)^2 = ب ء × ب جـ
(أ جـ)^2 = جـ ء × جـ ب
(أ ء)^2 = ب ء × ء جـ
أ ء × ب جـ = أ ب × أ جـ

****

مثـــال ١ : فى الشكل المقابل : أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى أ ، $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$ ، أ ب = ٦ سم ، أ جـ = ٨سم أحسب طول كلا من $\overline{\text{ب ء}}$ ، $\overline{\text{ء جـ}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$

الحـــل



فى Δ أ ب جـ

(ب جـ)^2 = (أ ب)^2 + (أ جـ)^2 = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

ب جـ = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠ سم

(أ ب)^2 = ب ء × ب جـ ‏‏ ‏ (٦)^2 = ب ء × ١٠

٣٦ = ١٠ ب ء ‏ ∴ ب ء = $\frac{٣٦}{١٠}$ = ٣٫٦

(أ جـ)^2 = جـ ء × ب جـ ‏ (٨)^2 = جـ ء × ١٠

٦٤ = ١٠ جـ ء ‏ ∴ ب ء = $\frac{٦٤}{١٠}$ = ٦٫٤

أ ء × ب جـ = أ ب × أ جـ ‏ أ ء × ١٠ = ٦ × ٨

١٠ أ ء = ٤٨ ‏ ∴ أ ء = $\frac{٤٨}{١٠}$ = ٤٫٨

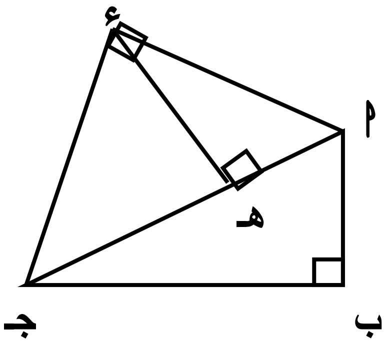
****

مثـ٢ـال : فى الشكل المقابل ٲ ب جـ ء شكل رباعى فيه

ق (∠ ب) = ق (∠ ء) = ٩٠ ، ء هـ ⊥ ٲ جـ ، ٲ ب = ٧سم

ب جـ = ٢٤ سم ، ء جـ = ٢٠سم أوجد طول : ٲ جـ ، ٲ ء ، ء هـ ، جـ هـ

الحـــــل



∆ ٲ ب جـ قائم الزاوية فى ب

(ٲ جـ)٢ = (ٲ ب)٢ + (ب جـ)٢ = ٤٩ + ٥٧٦ = ٦٢٥

ٲ جـ = √٦٢٥ = ٢٥ سم

∆ ٲ ء جـ قائم الزاوية فى ء ، ء هـ ⊥ ٲ جـ

(ٲ ء)٢ = (ٲ جـ)٢ − (ء جـ)٢ = (٢٥)٢ − (٢٠)٢ = ٦٢٥ − ٤٠٠ = ٢٢٥

ٲ ء = √٢٢٥ = ١٥ سم

ٲ ء × ء جـ = ٲ جـ × ء هـ　　　(ء جـ)٢ = جـ هـ × جـ ٲ

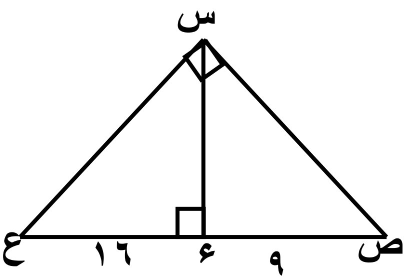
١٥ × ٢٠ = ٢٥ × ء هـ　　　(٢٠)٢ = جـ هـ × ٢٥

∴ ء هـ = $\frac{١٥ \times ٢٠}{٢٥}$ = ١٢سم　　　∴ جـ هـ = $\frac{٤٠٠}{٢٥}$ = ١٦ سم

****

مثـ٣ـال : فى الشكل المقابل : أوجد طول س ء ، س ص ، س ع

الحـــــل



ق (∠ س) = ٩٠ ، س ء ⊥ ص ع

(س ص)٢ = ص ء × ص ع = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥

س ص = √٢٢٥ = ٢٥ سم

(س ع)٢ = ع ء × ع ص = ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠

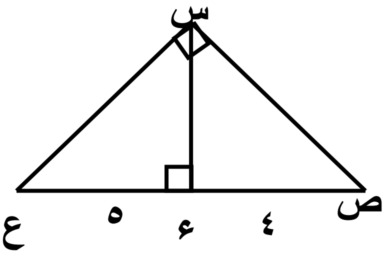
س ع = √٤٠٠ = ٢٠ سم

(س ء)٢ = ص ء × ء ع = ٩ × ١٦ = ١٤٤

س ء = √١٤٤ = ١٢ سم

****

مثـ٤ـال : فى الشكل المقابل أوجد س ص



الحــــل

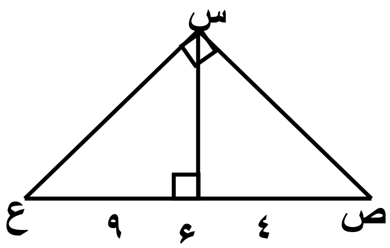
∵ (∠س) = ٩٠ $\overline{\text{س ء}} \perp \overline{\text{ص ع}}$

(س ص)^2 = ص ء × ص ع = ٤ × ٩ = ٣٦

س ص = $\sqrt{٣٦}$ = ٦ سم

****

مثـ٥ـال : فى الشكل المقابل أوجد س ء



الحــــل

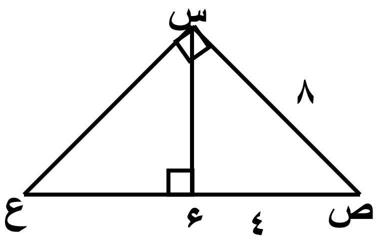
∵ (∠س) = ٩٠ $\overline{\text{س ء}} \perp \overline{\text{ص ع}}$

(س ء)^2 = ص ء × ء ع = ٤ × ٩ = ٣٦

س ص = $\sqrt{٣٦}$ = ٦ سم

****

مثـ٦ـال : فى الشكل المقابل : أوجد طول $\overline{\text{ء ع}}$



الحــــل

∵ (∠س) = ٩٠ ، $\overline{\text{س ء}} \perp \overline{\text{ص ع}}$

(س ص)^2 = ص ء × ص ع

(٨)^2 = ٤ × ص ع ⟸ ٦٤ = ٤ ص ع

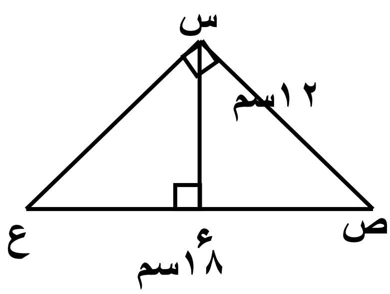
ص ع = $\frac{٦٤}{٤}$ = ١٦ سم ∴ ء ع = ١٦ – ٤ = ١٢ سم

****

مثـ٧ـال : فى الشكل المقابل : إذا كان س ص = ١٢سم، ص ع = ١٨ سم

أوجد طول $\overline{\text{ص ء}}$

الحــــل



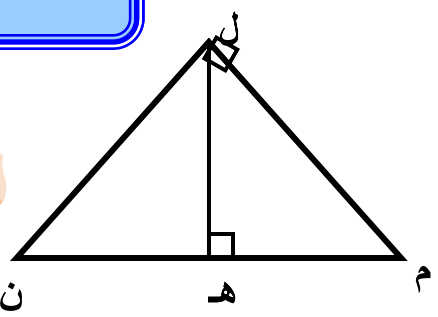
∵ (∠س) = ٩٠ ، س ء ⊥ ص ع

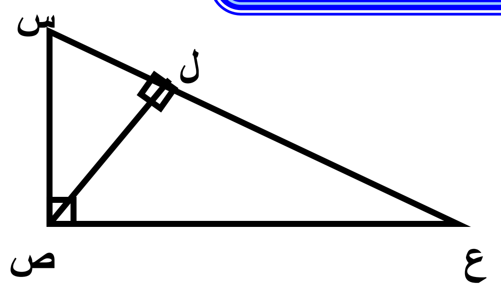
(س ص)^2 = ص ء × ص ع

(١٢)^2 = ص ء × ١٨ ⟸ ١٤٤ = ١٨ ص ء

∴ ص ع = $\frac{١٤٤}{١٨}$ = ٨ سم

تمارين على نظرية أقليدس





[١] من الشكل السابق اكمل

(١) (ل م)^{٢} = ... × ....

(٢) (ل م)^{٢} = ... - ....

(٣) (ل م)^{٢} = ... + ...

(٤) (ل هـ)^{٢} = ... × ....

(٥) (ل هـ)^{٢} = (ل م)^{٢} - ....

(٦) ل هـ = $\dfrac{\text{.........} \times \text{.........}}{\text{..........}}$

[٢] من الشكل السابق اكمل

(١) (ص ع)^{٢} = ... × ....

(٢) (ص ع)^{٢} = ... - ....

(٣) (ص ع)^{٢} = ... + ...

(٤) س ص × ص ع = ... × .....

(٥) (ص ل)^{٢} = ... × ....

(٦) (ص س)^{٢} = ... × ....

****

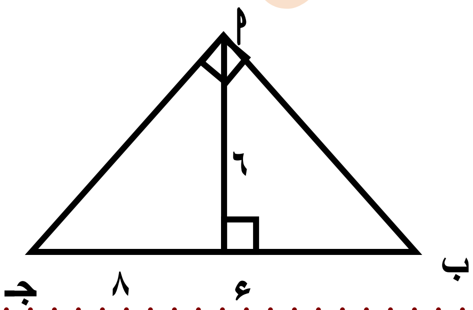
[٣] فى الشكل المقابل

ق(∠ب أ جـ) = ٩٠ ،

أ ء ⊥ ب جـ ، أ ء = ٦سم

ء جـ = ٨سم أوجد طول

أ جـ ، ب ء



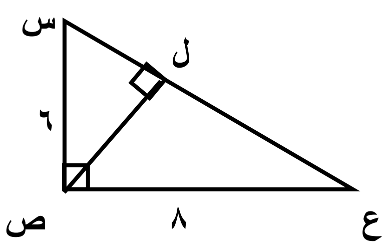
****

[٤] فى الشكل المقابل

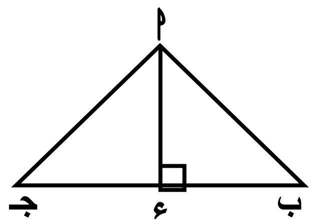
أوجد مع البرهان

(١) طول مسقط س ص على س ع

(٢) طول ص ل



[٥]فى الشكل المقابل



م ب جـ مثلث قائم الزاوية فى م

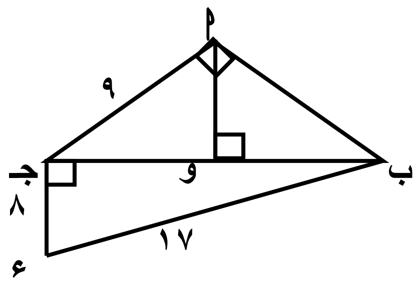
م ء ⊥ ب جـ ، ب ء = ٩سم

طول مسقط : م جـ على ب جـ = ١٦سم

أوجد طول م ب ، م جـ ، م ء

---

[٦] فى الشكل المقابل أوجد



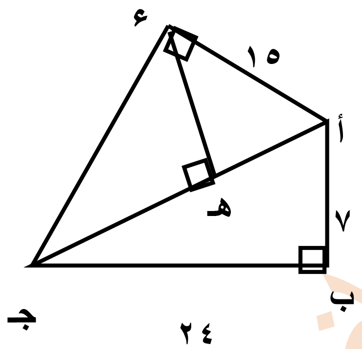
(١) طول ب جـ

(٢) طول م و

(٣) طول مسقط م ب على ب جـ

---

[٧] فى الشكل المقابل أوجد



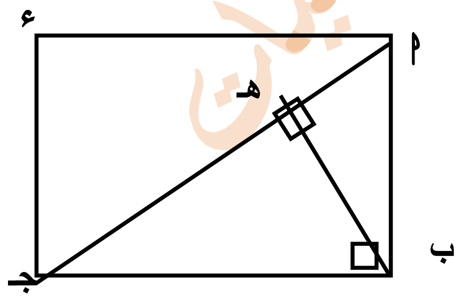
(١) طول ء جـ

(٢) أوجد طول مسقط ء جـ على م جـ

(٣) أوجد مساحة الشكل م ب جـ ء

---

[٨] فى الشكل المقابل



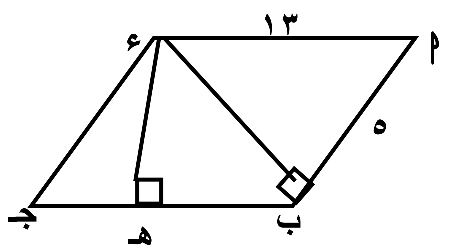
م ب جـ ء مستطيل مساحته ٤٨سم^{٢}

م ب = ٦ سم ، ب هـ ⊥ أ جـ

أوجد (١) طول القطر م جـ

(١) طول مسقط م ب على م جـ

(٢) طول مسقط م ء على م جـ



[٩] فى الشكل المقابل

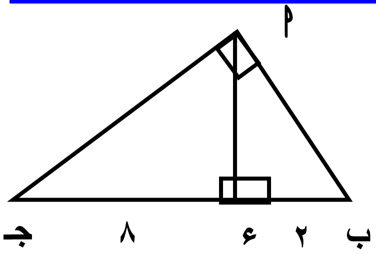
م ب جـ ء متوازى الاضلاع

أوجد مساحة سطحه ثم أوجد

طول ء هـ ، هـ جـ

---

[١٠] فى الشكل المقابل



($ء$ ب)^{٢} = ... + ...

($ء$ ء)^{٢} = ... × ....

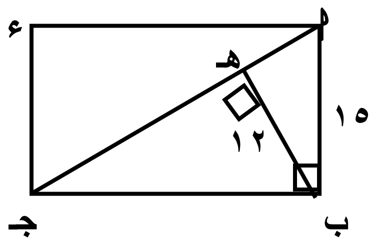
إذا كان ب ء = ٨ سم ، ء جـ = ٢ سم

فان ء ء = ... سم ،

مساحة Δ ءب جـ = ... سم^{٢}

****

[١١] فى الشكل المقابل



ء ب جـ ء مستطيل فيه

ء ب = ١٥سم ، ءجـ = ٢٥سم

وطول العمود الساقط من ب على ء جـ = ١٢سم

أحسب مساحة المستطيل ء ب جـ ء

****

التعرف على نوع مثلث بالنسبة لزواياه

لمعرفة نوع مثلث بالنسبة لزوايا نوجد اضلاعه الثلاثة أ ب ، ب جـ ، أ جـ

وبفرض أن أ جـ هو أكبر الاضلاع طولا فاذا كان

(أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} [يكون المثلث قائم الزاوية فى ب]

(أ جـ)^{٢} > (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} [يكون المثلث منفرج الزاوية فى ب]

(أ جـ)^{٢} < (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} [يكون المثلث حاد الزوايا]

****

مثـ١ـال : حدد نوع المثلث فى الحالات الاتية

أ جـ = ٥ ب جـ = ٧ سم أ ب = ١٠ سم

الحـــــــل

(أ ب)^{٢} = (١٠)^{٢} = ١٠٠

(أ جـ)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = (٥)^{٢} + (٧)^{٢} = ٢٥ +٤٩ = ٧٤

(أ ب)^{٢} > (أ جـ)^{٢} + (ب جـ)^{٢} [المثلث منفرج الزاوية فى جـ]

****

مثـ٢ـال : حدد نوع المثلث فى الحالات الاتية

س ص = ٤سم ص ع = ٦ سم س ع = ٥ سم

الحـــــــل

(ص ع)^{٢} = (٦)^{٢} = ٣٦

(س ص)^{٢} + (س ع)^{٢} = (٤)^{٢} + (٥)^{٢} = ١٦ + ٢٥ = ٤١

(ص ع)^{٢} < (س ص)^{٢} + (س ع)^{٢} [المثلث حاد الزوايا]

****

مثـ٣ـال : حدد نوع المثلث فى الحالات الاتية

ل م = ٤٠ سم م ن = ٤١سم ل ن = ٩سم

الحـــــــل

$(م ن)^٢ = (٤١)^٢ = ١٦٨١$

$(ل م)^٢ + (ل ن)^٢ = (٤٠)^٢ + (٩)^٢ = ١٦٠٠ + ٨١ = ١٦٨١$

$(م ن)^٢ = (ل م)^٢ + (ل ن)^٢$ [المثلث قائم الزاوية]

تمارين على تحديد نوع المثلث بالنسبة لزواياه

[١] حدد نوع زاوية ۩ فى المثلث ۩ ب جـ الذى أطوال أضلاعه

(أ) ۩ ب = ١٢سم ب جـ = ١٥سم ۩ جـ = ٩ سم
(ب) ۩ ب = ٢٠سم ب جـ = ٢٥سم ۩ جـ = ١٢سم
(جـ) ۩ ب = ٨ سم ب جـ = ١٠سم ۩ جـ = ٧ سم
(ء) ۩ ب = ٣ سم ب جـ = ٥سم ۩ جـ = ٦ سم
(هـ) ۩ ب = ١٢سم ب جـ = ١٦سم ۩ جـ = ٢٠ سم

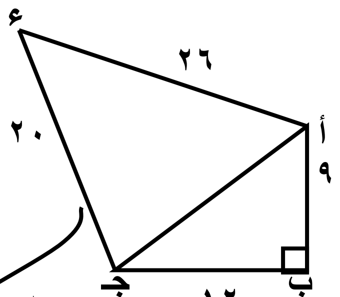
****

[٢] أكمل لتحصل على عبارة صحيحة

(أ) فى Δ ۩ ب جـ إذا كان $(۩ ب)^٢ < (۩ جـ)^٢ + (ب جـ)^٢$ فان ب ....
(ب) فى Δ ۩ ب جـ إذا كان $(أ ب)^٢ = (۩ جـ)^٢ + (ب جـ)^٢$ فان ب ....
(جـ) فى Δ ۩ ب جـ إذا كان $(۩ ب)^٢ > (۩ جـ)^٢ + (ب جـ)^٢$ فان ب ....
(ء) إذا كان المثلث حاد الزوايا فان مساحة المربع المنشأ على اى ضلع من أضلاعه .... من مجموع مساحتى المربعين المنشاين على الضلعين الاخرين
(هـ) إذا كان المثلث منفرج الزاوية فان مساحة المربع المنشأ الضلع المقابل للزاوية المنفرجة .... من مجموع مساحتى المربعين المنشاين على الضلعين الاخرين
(و) المثلث الذى أطوال أضلاعه ١٣سم ، ١٤سم ، ١٥ سم يكون ....

****

[٣] فى الشكل المقابل



۩ ب جـ ء شكل رباعى فيه
ق $(\angle ب) = ٩٠$ ، ۩ ب = ٩سم
جـ ب = ١٢سم ، جـ ء = ٢٠سم

إعداد / ۩ عادل إدوار

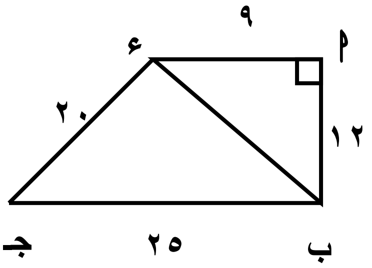
م ء = ٢٦سم

(أ) أوجد طول م جـ

(ب) حدد نوع Δ م جـ ء

****

[٤] فى الشكل المقابل م جـ ء شه منحرف فيه



م ء // ب جـ ، ق (∠م) = ٩٠ ، م ب = ١٢سم

، م ء = ٩ سم ، ب جـ = ٢٥سم ، جـ ء = ٢٠سم

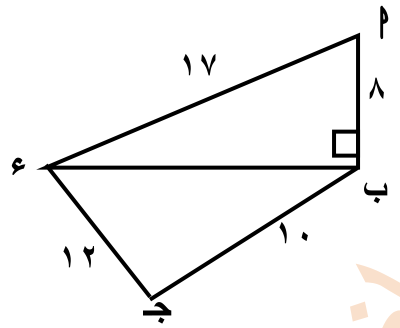
(أ) أوجد طول ب ء

(ب) حدد نوع Δ ب ء جـ

(جـ) أوجد مساحة شبه المنحرف م ب جـ ء

****

[٥] فى الشكل المقابل



ق (∠ م ب ء) = ٩٠، م ب = ٨سم

م ء = ١٧سم ، ب جـ = ١٠سم

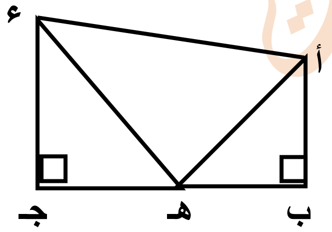
جـ ء = ١٢سم

(أ) أوجد طول مسقط م ء على ب ء

(ب) حدد نوع زاوية ب جـ ء

****

[٦] فى الشكل المقابل



ق (∠ب) = ق (∠جـ) = ٩٠

م ب =٣سم ، ب هـ = ٤سم

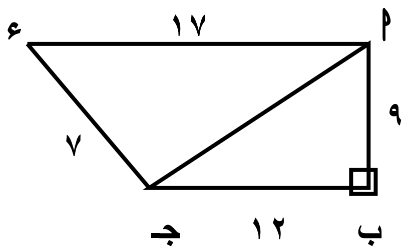
هـ جـ = ٨سم ، جـ ء = ٦سم

(أ) حدد نوع زاوية م هـ ء

(ب) أوجد مساحة الشكل م ب جـ ء

****

[٧] فى الشكل المقابل م ب جـ ء شكل رباعى فيه



م ب = ٩سم ، ب جـ = ١٢سم

ق (∠ ب) = ٩٠

(أ) أوجد طول م جـ

(ب) إذا كان جـ ء = ٧سم ، م ء = ١٧سم

حدد نوع زوايا Δ م جـ ء