

# اختبارات كتاب المدرسة في المقاضل والتكامل

## الاختبار الأول

إجابة السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات:

- ١) أي الدوال التالية تحقق العلاقة  $r^2 = \frac{r^3}{s}$  ؟
- (أ)  $s = \frac{1}{13}(1+s)^4$    
  (ب)  $s = \frac{1}{s}$    
  (ج)  $s = \frac{1}{s}$    
  (د)  $s = \frac{1}{1-s}$

٢) إذا زاد طول نصف قطر دائرة بمعدل  $\frac{1}{11}$  سم / ث، فإن محيط الدائرة يزداد بمعدل ... سم / ث

- (أ)  $\frac{2}{11}$    
  (ب) 2   
  (ج)  $\pi$    
  (د)  $\pi^2$
- ونفق  $\frac{1}{11} = \frac{2}{\pi}$    
 ح  $\pi^2 = \frac{2}{\pi}$

$$\frac{2}{\pi} = \frac{1}{11} \times \pi^2 = \frac{2}{\pi} \times \pi^2 = \frac{2}{\pi}$$

٣) صفق الدالة د حيث  $(s) = s^2 - 3s + 2$  ترتيب لأعلى

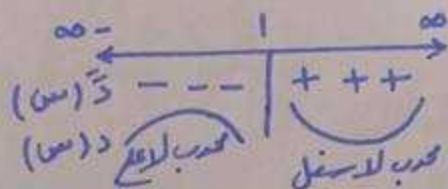
- عندما  $s = 3 \dots$
- (أ)  $0, 600$    
 (ب)  $1, 600$    
 (ج)  $3, 600$    
 (د)  $1, 000$

$$D(s) = s^2 - 3s + 2$$

$$D(s) = s^2 - 3s + 2$$

$$s = 6 - 6 = 0$$

$$s = 1$$



٤)  $\left. \begin{matrix} (s) + (s) = s \dots \dots \dots \end{matrix} \right\}$

(P) 4      (D) 2      (J) صفر      (S) 3

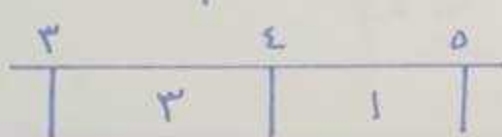
$$\left. \begin{aligned} & \left( \text{جاس} + \text{جتاس} \right) \text{وس} = \left[ - \text{جتاس} + \text{جاس} \right] - \frac{\pi}{2} \\ & \left[ \left( - \text{جتاس} + \text{جاس} \right) - \left( \text{جتاس} + \text{جاس} \right) \right] = \\ & 2 = 1 + 1 = \left[ \left( 1 - 0 \right) - \left( 1 + 0 \right) \right] = \end{aligned} \right\} \frac{\pi}{2}$$

(5) إذا كانت: دالة متصلة على  $\mathbb{R}$ ،  $\left. \begin{aligned} & 2 \text{ داس} \text{وس} = 8 \\ & 3 \text{ داس} \text{وس} = 9 \end{aligned} \right\}^0$

فإن:  $\left. \begin{aligned} & 5 \text{ داس} \text{وس} = \dots \\ & 3 \text{ داس} \text{وس} = 9 \end{aligned} \right\}^0$

(P) صفر      (B) 1      (J) 3      (D) 5

$$\left. \begin{aligned} & 2 \text{ داس} \text{وس} = 8 \\ & 3 \text{ داس} \text{وس} = 9 \end{aligned} \right\}^0 \Rightarrow \left. \begin{aligned} & 2 \text{ داس} \text{وس} = 8 \\ & 3 \text{ داس} \text{وس} = 9 \end{aligned} \right\}^0 \Rightarrow \left. \begin{aligned} & 2 \text{ داس} \text{وس} = 8 \\ & 3 \text{ داس} \text{وس} = 9 \end{aligned} \right\}^0$$



$$\left. \begin{aligned} & 5 \text{ داس} \text{وس} \\ & 5 \text{ داس} \text{وس} \end{aligned} \right\}^0 \Rightarrow 5 = 1 \times 5 = 5$$

(6) مساحة المنطقة المحددة بالمختي:  $\sqrt{16 - \text{س}}$  ومحور السينات مقدره بالوحدات المربعة تساوي ...

(P) 16      (B) 12      (D) 8      (S) 4

$$\sqrt{16 - \text{س}} = \text{س} + \text{س} = 16$$

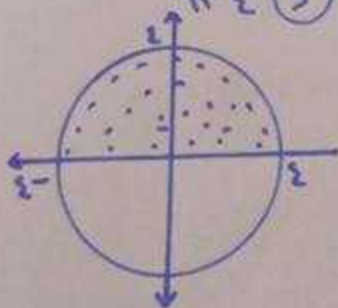
تمثل معادلة دائره طول نصف قطرها 4

المساحة المطلوبة = مساحة المنطقة المظلمة

$$= \frac{1}{2} \text{ مساحة الدائرة} = \frac{1}{2} \times \pi \times 4^2$$

$$= \pi \times 8 \text{ وحدة مربعة}$$

(2)



إجابة السؤال الثاني:

Ⓟ أوجد: { جاس قباؤس وس

الحل

{ جاس قباؤس وس = - } - جاس قباؤس وس = -  $\frac{1}{4}$  قباؤس + ت

Ⓟ ب) إذا كان ه سواص - س<sup>٢</sup> + س<sup>٣</sup> = ٠ . أوجد:  $\frac{\text{وس}}{\text{وس}}$  عند س = ٠

الحل

عند س = ٠ : ه سواص - س<sup>٢</sup> + س<sup>٣</sup> = ٠ - ١ + ٠ = -١  
 :: ه سواص - س<sup>٢</sup> + س<sup>٣</sup> = ٠ :: س<sup>٣</sup> = ١ :: س = ١

بالاشتقاق بالنسبة إلى س

ه سواص ( س + س<sup>٢</sup> ) - ( ٢ س + ٣ س<sup>٢</sup> ) ه س<sup>٣</sup> = ٠  
 عند (٠ - ١) : ٠ = ١ - (٠ + ١) - (٠ + ١) = ٠

:: ١ - (٠ + ١) - (٠ + ١) = ٠ :: ١ - ٢ = ٠ :: ١ = ٢

:: ١ - ٢ = ٠ :: ١ = ٢ :: ١ = ٢

::  $\frac{\text{وس}}{\text{وس}} = \frac{1}{3}$

إجابة السؤال الثالث:

Ⓟ أوجد معادلة المماس للمختى: س<sup>٣</sup> - ٣ س<sup>٢</sup> - س<sup>٣</sup> + ٣ = ٠

الحل عند النقطة (٤, ١)

س<sup>٣</sup> - ٣ س<sup>٢</sup> - س<sup>٣</sup> + ٣ = ٠ :: بالاشتقاق بالنسبة إلى س

٢ س<sup>٢</sup> - ٦ س - ٣ س<sup>٢</sup> - ٣ س<sup>٢</sup> = ٠ :: ٢ س<sup>٢</sup> - ٦ س - ٣ س<sup>٢</sup> = ٠

٢ س<sup>٢</sup> - ٦ س - ٣ س<sup>٢</sup> = ٠ :: ٢ س<sup>٢</sup> - ٦ س - ٣ س<sup>٢</sup> = ٠

٢ س<sup>٢</sup> - ٦ س - ٣ س<sup>٢</sup> = ٠ :: ٢ س<sup>٢</sup> - ٦ س - ٣ س<sup>٢</sup> = ٠

٢ س<sup>٢</sup> - ٦ س - ٣ س<sup>٢</sup> = ٠ :: ٢ س<sup>٢</sup> - ٦ س - ٣ س<sup>٢</sup> = ٠

٢ س<sup>٢</sup> - ٦ س - ٣ س<sup>٢</sup> = ٠ :: ٢ س<sup>٢</sup> - ٦ س - ٣ س<sup>٢</sup> = ٠

$$\frac{14-}{5} = \left( \frac{5}{5} \right) (1-)$$

$$\frac{14-}{5} = \frac{5-}{1+5} \quad \text{معادلة المماس :$$

$$14-5 = 5- \quad \therefore 14-5 = 0-$$

$$\therefore 14-5 = 0- \quad \therefore 14-5 = 0-$$

(٥) مثلث قائم الزاوية ، في لحظة ما كان طول اضلع القائمة ٦ سم ، ٣ سم ، فإذا كان طول الضلع الأول يتزايد بمعدل  $\frac{1}{3}$  سم/د ، وطول الضلع الثاني يتناقص بمعدل ١ سم/د

أوجد : (١) معدل التزايد في مساحة المثلث بعد ٣ دقائق .

(٢) الزمن الذي بعده يتوقف تزايد مساحة المثلث .

الحل

نقصد أن طول اضلع المثلث بعد مرور  $n$  دقيقة هما

$$(n - 3) \text{ ، } (n \frac{1}{3} + 6) \text{ وهما ضلع القائمة}$$

$$(1) \quad 3 = \frac{1}{2} (n - 3) (n \frac{1}{3} + 6) = \frac{1}{2} (n^2 - 3n + 2n - 18 + 6n - 18) = \frac{1}{2} (n^2 + 5n - 36)$$

$$3 = \frac{1}{2} (n^2 + 5n - 36) \Rightarrow 6 = n^2 + 5n - 36 \Rightarrow n^2 + 5n - 42 = 0$$

$$\frac{25}{4} - 9 = \frac{25}{4} - 9 = \frac{1}{4} \Rightarrow n = 3 \text{ عند } n = 3$$

$$\frac{25}{4} - 9 = \frac{1}{4} \Rightarrow n = 3 \text{ عند } n = 3$$

$$(2) \text{ عندما } \frac{25}{4} - 9 = \frac{1}{4} \Rightarrow n = 3 \text{ عند } n = 3 \quad \therefore n = 7$$

إجابة السؤال الرابع :

(٥) حدد فترات التزايد والتناقص للدالة  $f(x) = x^2 + 2x + 1$

$$x > -1 \text{ ، } x < 1$$

الحل

$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$

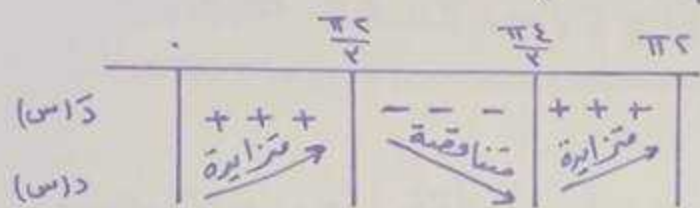
$$f'(x) = 2x + 2 = 0 \Rightarrow x = -1$$

(٤)

بوضع د(س) = . : 1 + 2 جتا س = . <math>\leftarrow</math> جتا س =

س =  $\frac{\pi}{3}$  أو  $\frac{2\pi}{3}$

: القطر الحرجة عند س =  $\frac{\pi}{3}$  أو  $\frac{2\pi}{3}$



: الدالة متزايدة في كل من  $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$  و  $[\frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}]$

متناقصة في  $[\frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3}]$

ب) رسم مستطيل جيبى تقع رؤسها بجانبان منه على المحسى من = س - 12 والرأسان الآخران على المحسى من = س - 12. احب اكبر مساحة لهذا المستطيل.

الحل

بعدا المستطيل هما ب و د

$12 - (س - 12) - (س - 12) = ب$

$12 - س + 12 - س = د$

$ب \cdot د = (س - 12) \cdot (س - 12)$

$ب \cdot د = 3$

$3 = (س - 12) \cdot (س - 12)$

$\frac{3}{س} = 12 - س$  بوضع  $\frac{3}{س}$

$12 - س = \frac{3}{س} \Rightarrow 12س - س^2 = 3$

$س^2 - 12س + 3 = 0$

$\frac{3}{س} = 12 - س \Rightarrow 3 = س(12 - س) = 12س - س^2$

قيم عظمى للمساحة

$$0 < 48 = \frac{3^2}{\text{دس}}$$

$$\frac{3^2}{\text{دس}} = 48 \text{ من عند } 3 = 48 \text{ من عند } 3$$

من صفري للساحة

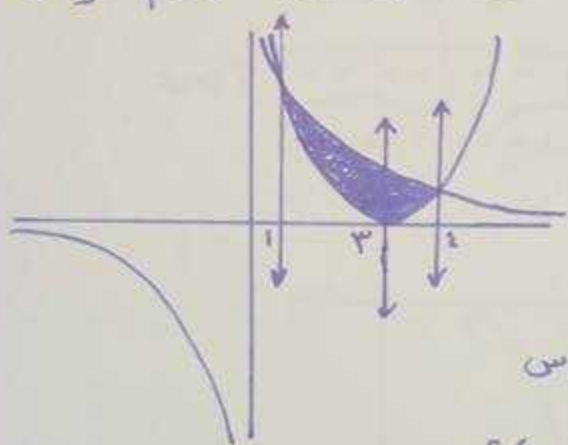
$$\therefore 3 = 48 \text{ من عند } 3 = 48 \text{ من عند } 3$$

$$\therefore 3 = 48 \text{ من عند } 3 = 48 \text{ من عند } 3$$

إجابة السؤال الخامس:

٩ أوجد حجم الحبيب الناشئ عن دوران المنطقة المحددة بالمنحنيين  $y = \frac{4}{x}$  و  $y = (3-x)^2$  دورة كاملة حول محور السينات

الحل



عند  $x = 1$  يتقاطع المنحنيان  
عند  $x = 4$  يتقاطع المنحنيان

$$\frac{4}{x} = (3-x)^2$$

$$\text{الحجم} = \int_1^4 \pi [(3-x)^2 - \frac{4}{x}] dx$$

$$= \pi \int_1^4 [(3-x)^2 - \frac{4}{x}] dx$$

$$= \pi \int_1^4 [9 - 6x + x^2 - \frac{4}{x}] dx$$

$$= \pi [9x - 3x^2 + \frac{x^3}{3} - 4 \ln x]_1^4$$

$$= \pi [9(4) - 3(4)^2 + \frac{(4)^3}{3} - 4 \ln 4] - \pi [9(1) - 3(1)^2 + \frac{(1)^3}{3} - 4 \ln 1]$$

$$= \pi [36 - 48 + \frac{64}{3} - 4 \ln 4] - \pi [9 - 3 + \frac{1}{3} - 4 \ln 1]$$

$$= \pi [\frac{36}{3} - 48 + \frac{64}{3} - 4 \ln 4 - 9 + 3 - \frac{1}{3} + 4 \ln 1]$$

$$= \pi [\frac{36}{3} - 48 + \frac{64}{3} - 4 \ln 4 - 9 + 3 - \frac{1}{3} + 4 \ln 1] = \frac{37}{3} \pi$$

١٠ ارسم الشكل العام لمنحنى الدالة الذي يتبعه الخواص الآتية:

$$(1) \text{ د } (1) = (5) \text{ د } (0) = (2) \text{ د } (3) =$$

(6)

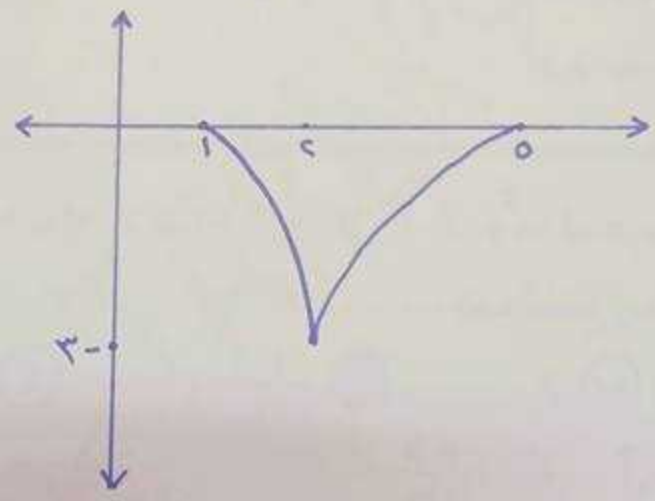
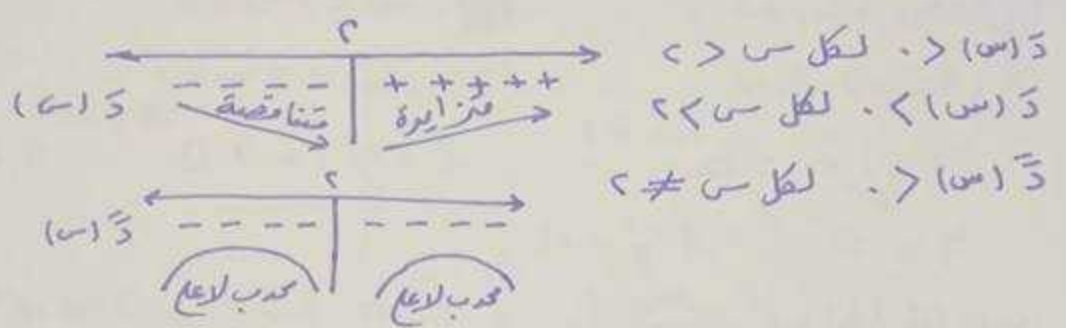
- (٢)  $\bar{D}(s) >$  لكل  $s \neq c$
- (٣)  $\bar{D}(s) >$  لكل  $s > c$
- (٤)  $\bar{D}(s) <$  لكل  $s < c$

الحل

(١)  $D = 111 = (s+1)(s+2)(s+3)$

النقطتين  $(-1, 0)$  و  $(-2, 0)$  للدالة

$D(s) = (s+1)(s+2)(s+3)$  النقطة  $(-3, 0)$  والدالة



## الإختبار الثاني

إجابة السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات:

1) معادلة المماس لمضئ الدالة  $h$  حيث  $d(س) = 1 + س^2$  عند النقطة  $(1, \frac{1}{2})$  هو .....

(A)  $س + 1 = 0$ 
 (B)  $س + 2 = 0$

(C)  $س - 3 = 0$ 
 (D)  $س + 3 = 0$

$د(س) = (س + 1) \cdot س$ 
 $د(س) = (س + 1) \cdot س$

$د(س) = 3$ 
 $(1, \frac{1}{2})$

معادلة المماس  $\frac{س - 1}{س + \frac{1}{2}} = \frac{س - 1}{س + \frac{1}{2}}$

$س + 2 = 0$

2) إذا كان:  $س = 4 + 3س$  ،  $ع = 3س - 2$  فإن معدل تغير  $ع$  بالنسبة إلى  $س$  يساوي .....

(A)  $س$ 
 (B)  $\frac{1}{س}$ 
 (C)  $2س$ 
 (D)  $س^2$

$\frac{دع}{دس} = \frac{د(3س - 2)}{د(4 + 3س)}$

$\frac{دع}{دس} = \frac{3}{س} = \frac{1}{س} \times 3$

3) أكبر قيمة للمقدار:  $س - 8 - س^2$  حيث  $س \in \mathbb{R}$  هو .....

(A)  $8$ 
 (B)  $16$ 
 (C)  $32$ 
 (D)  $64$

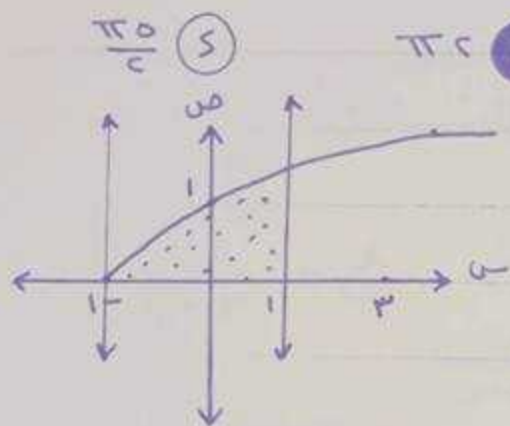
$س - 8 - س^2 = -س^2 - 8س + 8$

$س = 0 \Rightarrow -8 - 0 = -8$





٦) حجم الجسيم الناتج من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى  $y = \sqrt{1+x}$  والمستقيمتين  $y = 0$  ،  $y = 1$  ،  $x = 1$  ،  $x = 0$  يساوي . . . . .



أ)  $\frac{\pi}{2}$

ب)  $\frac{\pi}{3}$

ج)  $\pi$

د)  $\frac{\pi}{5}$

ج =  $\int_0^1 \pi \sqrt{1+x} dx$

=  $\int_0^1 \pi (1+x)^{1/2} dx$

=  $\pi \left[ \frac{2}{3} (1+x)^{3/2} \right]_0^1$

=  $\pi \left[ \frac{2}{3} (1+1)^{3/2} - \frac{2}{3} (1+0)^{3/2} \right]$

إجابة السؤال الثاني:

٢) أوجد : (١١)  $\int_0^1 x^2(1-x) dx$

الحل

بوضع  $x = 1 - t$   $\implies dx = -dt$

$x = 0 \implies t = 1$  ،  $x = 1 \implies t = 0$

$\therefore \int_0^1 x^2(1-x) dx = \int_1^0 (1-t)^2 t (-dt)$

=  $\int_0^1 t(1-t)^2 dt = \int_0^1 t(1 - 2t + t^2) dt$

=  $\int_0^1 (t - 2t^2 + t^3) dt = \left[ \frac{1}{2}t^2 - \frac{2}{3}t^3 + \frac{1}{4}t^4 \right]_0^1$



$$\therefore \text{ص} = (\text{س جاص} + \text{قباس}) = \text{س جاص} - \text{قباص}$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{\text{س جاص} - \text{قباص}}{\text{قباس} - \text{س جاص}}$$

(ب) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة في الفترة  $[-1, 1]$

حيث  $D(s) = 2s^3 + 6s^2 + 5$

الحل

$$D'(s) = 6s^2 + 12s = 0 \Rightarrow \text{بوضع } D'(s) = 0$$

$$6s^2 + 12s = 0 \Rightarrow 6s(s + 2) = 0$$

$$s = 0 \text{ و } s = -2 \text{ و } s = 1 \text{ و } s = -1 \text{ و } s = -2$$

$$D(-1) = 2(-1)^3 + 6(-1)^2 + 5 = 9$$

$$D(0) = 2(0)^3 + 6(0)^2 + 5 = 5$$

$$D(1) = 2(1)^3 + 6(1)^2 + 5 = 13$$

للدالة قيمة عظمى مطلقة = 13 وتبلغها عند  $s = 1$

وللدالة قيمة صغرى مطلقة = 5 وتبلغها عند  $s = 0$

إجابة السؤال الرابع :

(أ) إذا كانت  $D(s) = \begin{cases} 2s^3 + 6s^2 & \text{عندما } s > 0 \\ 2s^3 - 6s^2 & \text{عندما } s < 0 \end{cases}$

أوجد : (أ) القيم العظمى والصغرى المحلية للدالة

$$(2) \left. \begin{matrix} D(s) \\ D'(s) \end{matrix} \right\}$$

الحل

$$\left. \begin{aligned} c + 2s &= (s) \\ c - 2s &= (s) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} s > 0 \\ s = 0 \\ s < 0 \end{aligned}$$

$$D(0) = \frac{c + 2s}{s + h} = \frac{c - 2s}{s + h} = \frac{c + 2s}{s + h} = \frac{c - 2s}{s + h}$$

$$c = + (0) D$$

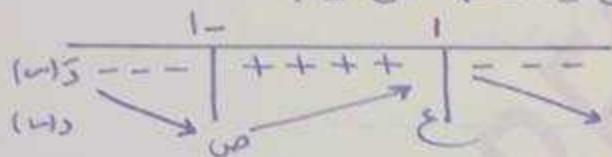
$$D(0) = \frac{c + 2s}{s + h} = \frac{c - 2s}{s + h} = \frac{c + 2s}{s + h} = \frac{c - 2s}{s + h}$$

$$c = - (0) D = + (0) D \therefore c = - (0) D$$

$$\left. \begin{aligned} c + 2s &= (s) \\ c &= (s) \\ c - 2s &= (s) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} s > 0 \\ s = 0 \\ s < 0 \end{aligned}$$

بوضع  $D(s) = 0 \iff c + 2s = 0 \iff s = -1$

$$c - 2s = 0 \iff s = 1$$



$$D(1) = (1-1) + 1 - 1 = 0$$

منه صفرى عملية

$$D(-1) = 1 - 1 = 0$$

منه عظمى عملية

$$(2) \left\{ \begin{aligned} D(s) &= s^3 + c \\ D(s) &= s^3 + c \end{aligned} \right. = \left\{ \begin{aligned} D(s) &= s^3 + c \\ D(s) &= s^3 + c \end{aligned} \right.$$

$$= \left[ s^3 + c \right] + \left[ s^3 - c \right]$$

$$= \left[ (1-1) + c \right] + \left[ (-1-1) - c \right]$$

$$= \left[ 0 + c \right] + \left[ -2 - c \right] = -2$$

(ب) يتزايد حجم مكعب بانتظام بحيث يقل متتفناً بشكله بعدد  $27 \text{ سم}^3$  أو بعد معدل الزيادة في مساحه أوجهه عند اللحظة

التي يكون فيها طول حرفه ٣ سم.

الحل

$$\frac{27}{\text{دس}} = 27 \text{ سم}^3 / \text{د} \quad \text{ح} = 3 \text{ سم} \quad \text{بالاستقامة بالنسبة للزمن}$$

$$\frac{27}{\text{دس}} = 3 \text{ سم}^3 \times \frac{3}{\text{دس}} \leftarrow 27 = 3 \times 3 \times \frac{3}{\text{دس}}$$

$$\frac{27}{\text{دس}} = 1 \text{ سم}^3 / \text{د} \quad \text{م} = 6 \text{ سم} \quad \text{بالاستقامة بالنسبة للزمن}$$

$$\frac{27}{\text{دس}} = 12 \text{ سم}^3 / \text{د} \leftarrow \frac{27}{\text{دس}} = 1 \times 3 \times 12 = 36 \text{ سم}^3 / \text{د}$$

إجابة السؤال الخامس:

Ⓐ أوجد مساهمة المنطقة المحددة بالمنحنيين:  $ص = 3 - س$

$ص = 6 - س$  بالوصات المربعة.

الحل

نوجد نقط تقاطع المنحنيين  $3 - س = 6 - س$

$$3 - س = 6 - س \leftarrow 3 = 6 - س$$

$$3 = 6 - س$$

$$3 = 6 - س \leftarrow 3 = 6 - س$$

$$3 = 6 - س \leftarrow 3 = 6 - س$$

$$3 = 6 - س \leftarrow 3 = 6 - س$$

Ⓑ إذا كان للدالة  $د$  حيث  $د(س) = 3س^2 + 2س + 1$  ب  $س$  نقطة

انقلاب عند  $(2, 12)$  فأوجد قيمتي الثابتين  $2$ ،  $1$  ب ثم ارسم الشكل

العام لمنحنى الدالة.

## الظل

$$د(س) = س^3 + ٣س^٢ + ٤س + ٦$$

د(٢) نقطة انقلاب في الدالة د(س) = (٢)

$$٢ = ٢ + ٣(٢)^٢ + ٤(٢) + ٦ \iff ٢ = ٢ + ١٢ + ٨ + ٦$$

$$\therefore ٢ = ٢ + ١٢ + ٨ + ٦ \iff ٢ - ٢ - ١٢ - ٨ - ٦ = ٠ \iff (١)$$

$$د(٣) = ٣س^٣ + ٣س^٢ + ٤س + ٦$$

$$د(٣) = ٣(٣)^٣ + ٣(٣)^٢ + ٤(٣) + ٦$$

$$د(٣) = ١٢$$

$$١٢ = ٣(٣)^٣ + ٣(٣)^٢ + ٤(٣) + ٦ \iff ١٢ - ٣(٣)^٣ - ٣(٣)^٢ - ٤(٣) - ٦ = ٠$$

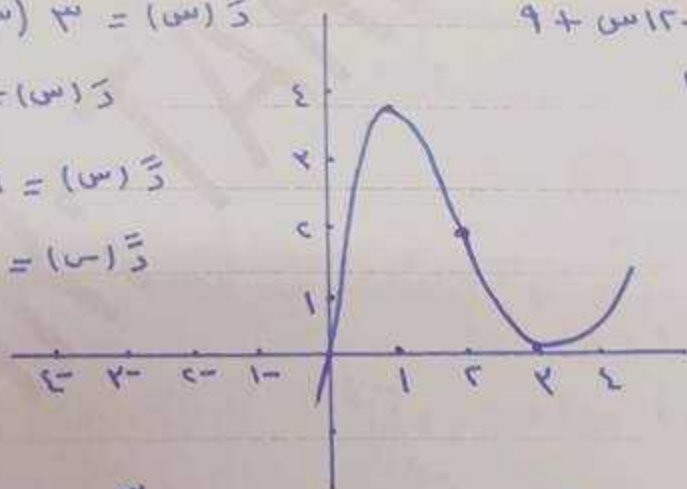
بالتقريب في (١)  $١٢ - ٣(٣)^٣ - ٣(٣)^٢ - ٤(٣) - ٦ = ٩$

$$د(٣) = ٣(٣)^٣ + ٣(٣)^٢ + ٤(٣) + ٦$$

$$د(٣) = ١٦$$

$$د(٣) = ١٢$$

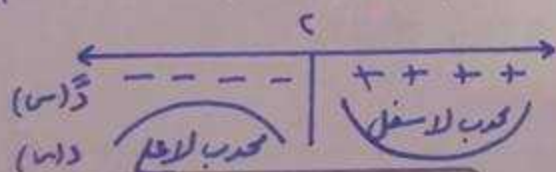
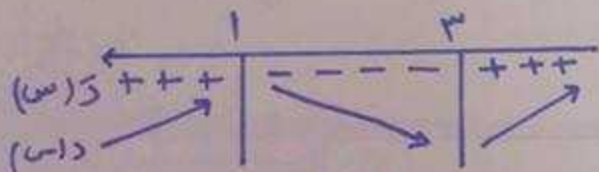
$$د(٣) = ٦$$



$$د(٣) = ٣س^٣ + ٣س^٢ + ٤س + ٦$$

$$د(٣) = ١٢$$

$$د(س) = س^٣ - ٦س^٢ + ٩س$$



## الإختبار الثالث

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات: راجعة السؤال الأول:

١) ميل المماس لمعنى الدائرة:  $S^2 + 2S - 3 = 0$  عند  $S = 3$

يساوي . . . . .

٥)  $\frac{3}{4}$

٦)  $\frac{5}{12}$

٧)  $\frac{3-4}{4}$

٨)  $\frac{4-3}{3}$

$2S + 2 = 0 \Rightarrow S = -1$  ← (١)

عند  $S = 3$   $9 + 6 = 15 \Rightarrow 15 = 2S + 2 \Rightarrow S = 6.5$  ← (٢)

(٣)  $\frac{3}{4}$  بالتعويض في (١)

$6 + 8 = 14 \Rightarrow 14 = \frac{3-4}{4} \Rightarrow \frac{3-4}{4} = \frac{7-8}{8} = \frac{3-4}{4}$

عند (٣)  $\frac{3-4}{4}$  بالتعويض في (١)

$6 - 8 = -2 \Rightarrow -2 = \frac{3-4}{4} \Rightarrow \frac{3-4}{4} = \frac{7-8}{8} = \frac{3-4}{4}$

٢) إذا كان:  $\frac{S}{2-S} = (S)$  فإن:  $\frac{S}{2-S} > (3)$  يساوي . . . . .

٥)  $\frac{4}{5}$

٦)  $\frac{6}{7}$

٧)  $12$

٨)  $36$

$\frac{S}{2-S} = S \Rightarrow \frac{S}{2-S} = \frac{S}{2-S} \Rightarrow \frac{S}{2-S} = \frac{S}{2-S} \Rightarrow \frac{S}{2-S} = \frac{S}{2-S}$

$\frac{S}{2-S} = S \Rightarrow \frac{S}{2-S} = \frac{S}{2-S} \Rightarrow \frac{S}{2-S} = \frac{S}{2-S}$

$\frac{S}{2-S} = S \Rightarrow \frac{S}{2-S} = \frac{S}{2-S} \Rightarrow \frac{S}{2-S} = \frac{S}{2-S}$

$\frac{S}{2-S} = S \Rightarrow \frac{S}{2-S} = \frac{S}{2-S} \Rightarrow \frac{S}{2-S} = \frac{S}{2-S}$

٣) إذا كانت:  $\frac{S}{S} = \frac{S}{S}$  فإن:  $\frac{S}{S} = \frac{S}{S} \Rightarrow \frac{S}{S} = \frac{S}{S}$

يساوي . . . . .



Ⓐ - (٢ + ظقتاس) Ⓑ - (٣ + ظقتاس) Ⓒ - ظقتاس Ⓓ - ظقتاس

[وص = ققتاس وص]

وص = - ظقتاس + ت      وص = ٢ عند ص =  $\frac{\pi}{4}$

٢ = - ظقتاس +  $\frac{\pi}{4}$  + ت      ٢ = ٢ - ١ + ت      ٣ = ت

وص = ٣ - ظقتاس

Ⓔ إذا كان:  $\int_0^2 (٣س + ٧) دس = ٢$  ،  $\int_0^2 (٣س + ٧) دس = ٢$

فإن:  $\int_0^2 [٣(٣س + ٧) - (٣س + ٧)] دس = ٥$  ...

Ⓐ - ١٨      Ⓑ - ٨      Ⓒ - ١٠      Ⓓ - ١٤

$\int_0^2 (٣س + ٧) دس = ٢$        $\int_0^2 (٣س + ٧) دس = ٢$

$\int_0^2 [٣(٣س + ٧) - (٣س + ٧)] دس =$

$= \int_0^2 (٩س + ٢١ - ٣س - ٧) دس = \int_0^2 (٦س + ١٤) دس =$

$= [٣س^٢ + ١٤س]_0^2 = ٣(٤) + ٢٨ = ١٢ + ٢٨ = ٤٠$

$٤٠ = ١٤ + ٦ = [٤٠ - ٤] = ٣٦ = ٣٦ + ١٠ = ٤٦$

Ⓕ مساحة المنطقة المحددة بالمستقيبات:  $ص = ٣ - ٢س$  ،  $ص = ٣$

...  $ص = ٣$  ،  $ص = ١ + ٢س$  ،  $ص = ٣$  تساوي

Ⓐ - ٢      Ⓑ - ٣      Ⓒ -  $\frac{9}{4}$       Ⓓ - ٦

$٣ - ٢س = ٣ + ٢س = ١ + ٢س$        $٤ = ٢س$

$\int_0^2 [٣ - (١ + ٢س)] دس = ٣$

$$\begin{aligned} & \left( -\sin + \sin^2 \right) = \sin^2 \left( -\sin + \sin^2 \right) \\ & 2 = 7 - 8 = \left[ \left( 1 + 4 \times \frac{1}{2} \right) - \left( 1 + 1 \times \frac{1}{2} \right) \right] = \end{aligned}$$

٦) حجب الحبيب الناقص من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيين

من = ظاه، من = قاه والمستقيمين: من =  $\frac{\pi}{6}$ ، من =  $\frac{\pi}{3}$   
 دارة كاملة حول محور السينات مقدرًا بالوصفات الملغية  
 يساوي ...

$$\text{٥) } \frac{\pi}{3}$$

$$\text{ج) } \frac{\pi}{6}$$

$$\text{ب) } \frac{\pi}{3}$$

$$\text{د) } \frac{\pi}{6}$$

$$ح = \left| \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \right| \left| \sin - \sin^2 \right|$$

$$ح = \left| \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \right| \left| \sin - \sin^2 \right| = \left| \frac{\pi}{6} \right| \left| \sin - \sin^2 \right|$$

$$ح = \left| \frac{\pi}{6} \right| \left[ \sin - \sin^2 \right] = \left| \frac{\pi}{6} \right| \left[ \left( 1 - \frac{1}{4} \right) - \left( 1 - \frac{1}{4} \right) \right]$$

$$ح = \left| \frac{\pi}{6} \right| \left[ \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \right] = \left| \frac{\pi}{6} \right| \times \frac{3}{2} = \left| \frac{\pi}{6} \right| \times \frac{3}{2} = \frac{\pi}{4}$$

إجابة السؤال الثاني:

٧) أوجد مسافة من بالنسبة إلى من حيث: من =  $\frac{\pi}{6}$ ، من =  $\frac{\pi}{3}$

الحل

$$\text{من} = \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \left( \frac{1}{2} + 1 \right)$$

$$\text{من} = \frac{\pi}{3} (1 + \frac{1}{2})$$

ب) إذا كانت د(س) =  $\sqrt[3]{(4-s)}$  فأوجد فترات التمدد إلى أعلى وإلى أسفل ونقطة الانقلاب (إن وجدت) لمحتى الدالة د

الحل

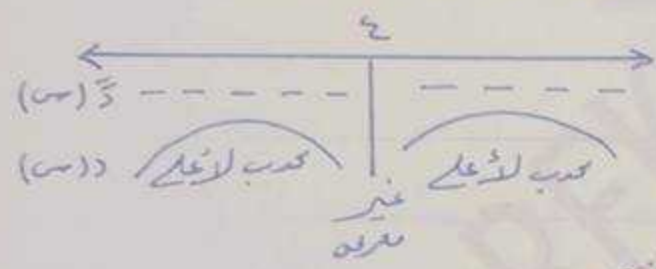
د(س) =  $\sqrt[3]{(4-s)}$

د'(س) =  $-\frac{1}{3} (4-s)^{-2/3}$  د(س) =  $\sqrt[3]{(4-s)}$

د(4) = 0 غير معرفه لأن لها ماس - أسى

د'(س) =  $-\frac{1}{3} (4-s)^{-2/3}$  د(س) =  $\sqrt[3]{(4-s)}$

د'(س) غير معرفه عند س = 4



المحتى معدب للأعلى في

$[-\infty, 4) \cup (4, \infty]$

وليس للمحتى نقطة انقلاب

إجابة السؤال الثالث:-

١١) (٩) س (س-٥)  $\sqrt[3]{س}$

بوضع ع = س - ٥

س = ع + ٥

∴ س (س-٥)  $\sqrt[3]{س}$  = (ع+٥)  $\sqrt[3]{ع+٥}$

= (ع<sup>٣</sup> + ٥ع<sup>٢</sup> + ٥<sup>٢</sup>ع + ٥<sup>٣</sup>)  $\sqrt[3]{ع+٥}$

=  $\frac{1}{٥} (س-٥) + \frac{٥}{٤} (س-٥) + ٥$

$$(٢) \quad \left. \begin{matrix} ٤ \text{ س} \\ ٤ \text{ س} \end{matrix} \right\} \text{ هـ} \quad \text{د س} \quad \text{س}^٢$$

الحل

$$= ٤ \text{ س}^٢ \text{ هـ} - ٤ \text{ س}^٢ \text{ هـ} \quad \left. \begin{matrix} ٤ \text{ س} \\ ٤ \text{ س} \end{matrix} \right\} \text{ هـ} \quad \text{د س} \quad \text{س}^٢$$

$$= ٤ \text{ س}^٢ \text{ هـ} - ٤ \text{ س}^٢ \text{ هـ} + \text{ت}$$

ب) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة د حيث د(س) = س<sup>٤</sup> - ٤س<sup>٣</sup> على الفترة [٠، ٤].

الحل

$$\text{د(س)} = \text{س}^٤ - ٤\text{س}^٣$$

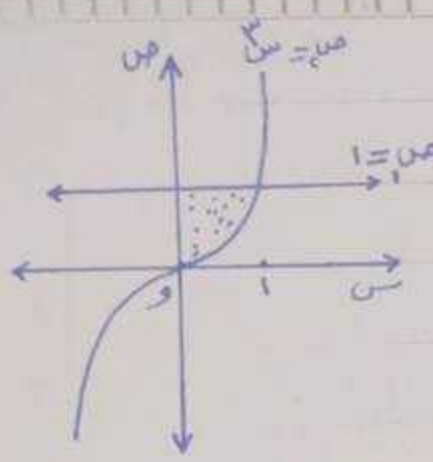
$$\text{د'(س)} = ٤\text{س}^٣ - ١٢\text{س}^٢$$

$$\text{د(س)} = ٠ \iff ٤\text{س}^٣ - ١٢\text{س}^٢ = ٠$$

٤ س<sup>٣</sup> (س - ٣) = ٠ ، إما س = ٠ ، أو س = ٣  
 د(٠) = ٠ ، د(٣) = ١٣١ ، د(٤) = ١٦٠  
 الدالة لها قيمة عظمى مطلقة = ١٦٠ وتبلغها عند س = ٤  
 الدالة لها قيمة صغرى مطلقة = ٠ وتبلغها عند س = ٣

إجابة السؤال الرابع:

٤) إذا كان حجم الحبيم الدوراني الناشئ عن دوران المنطقة المحددة بالمنحنى:  $ص = ٣س$  والمستقيمين:  $ص = ٠$  ،  $ص = ١$  دورة كاملة حول محور السينات يعادل حجم سلك أسطوانتي الشكل طوله ٤٢ وحدة فما طول نصف قطر السلك.

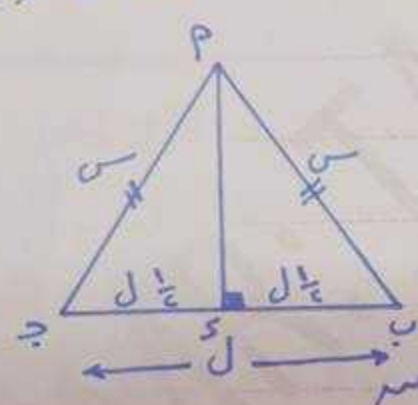


الحل

$$\begin{aligned} \text{ص} = 1, \text{ ص} = \text{س} \\ \text{ح} = \pi \left( \text{ص}_1^2 - \text{ص}_2^2 \right) \text{ دس} \\ \pi = \pi \left( 1^2 - \text{س}^2 \right) \text{ دس} \\ \pi = \left[ \text{س} - \frac{1}{4} \text{س}^2 \right] \pi \\ \pi = \left[ \frac{1}{4} - 1 \right] \pi \\ \pi \frac{1}{4} = 4\pi \times \frac{1}{4} \end{aligned}$$

نق =  $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16} \Rightarrow$  بعد =  $\frac{1}{4}$  وحدة طول

ب) تتوافق الضلعان المتساويان في مثلث متساوي الساقين ذو قاعدة ثابتة طولها ل سم بمعدل 3 سم / د ، ما هو معدل تتوافق المساحة عندما يصبح المثلث مثلثاً متساوي الأضلاع



الحل

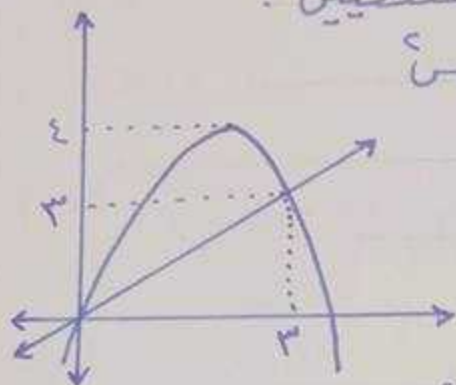
$$\begin{aligned} \frac{\text{دس}}{\text{دس}} = \frac{3 - \text{س}}{\text{ل}} \text{ ثابت} \\ \sqrt{\text{س} - \frac{1}{4} \text{ل}^2} = 3 \\ 3 = \frac{1}{4} \text{ل} \times \sqrt{\text{س} - \frac{1}{4} \text{ل}^2} \end{aligned}$$

بالاستقامة بالنسبة للزمن

$$\begin{aligned} \frac{\text{دس}}{\text{دس}} \times \frac{\text{دس}}{\sqrt{\text{س} - \frac{1}{4} \text{ل}^2}} \times \frac{1}{4} \text{ل} = \frac{3}{\text{دس}} \\ \text{عندما يصبح المثلث متساوي الأضلاع يكون ل = س} \\ \frac{\text{دس}}{\text{دس}} = \frac{3 - \text{ل}}{\frac{1}{4} \text{ل} \times \sqrt{\text{ل} - \frac{1}{4} \text{ل}^2}} = 3 - \text{ل} \times \frac{\text{ل}}{\sqrt{\text{ل} - \frac{1}{4} \text{ل}^2}} \times \frac{1}{4} \text{ل} = \frac{3}{\text{دس}} \\ \frac{\text{دس}}{\text{دس}} = 3 - \frac{\text{ل}^2}{4\sqrt{\text{ل} - \frac{1}{4} \text{ل}^2}} \end{aligned}$$

## إجابة السؤال الخامس:

Ⓐ أوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين:



$$y = x^2 - 6x + 9 \quad \text{و} \quad y = x$$

الحل

نوجد نقط تقاطع المنحنيين

$$x^2 - 6x + 9 = x$$

$$x^2 - 7x + 9 = 0$$

$$x = (7 \pm \sqrt{49 - 36}) / 2 = (7 \pm \sqrt{13}) / 2$$

$$x = 3 \quad \text{و} \quad x = 4$$

$$\int_3^4 (x^2 - 6x + 9 - x) dx = \int_3^4 (x^2 - 7x + 9) dx$$

$$= \left[ \frac{x^3}{3} - \frac{7x^2}{2} + 9x \right]_3^4 = \left( \frac{64}{3} - \frac{112}{2} + 36 \right) - \left( \frac{27}{3} - \frac{63}{2} + 27 \right) = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

Ⓑ ارسم الشكل العام لمنحنى الدالة المتصلة والذي له

الخواص التالية:

(1)  $f(0) = 3$       (2)  $f(2) = f(4) = 0$

(3)  $f'(x) < 0$  عندما  $2 < x < 4$

(4)  $f'(x) > 0$  عندما  $x < 2$       (5)  $f'(x) < 0$  عندما  $x > 4$

الحل

(1)  $f(0) = 3$       (2)  $f(2) = f(4) = 0$  الدالة

$f(x) = a(x-2)(x-4) + 3$       عندما  $x = 2$        $f(2) = 0 = a(2-2)(2-4) + 3 = 3$       عند نقطة حرجية

