

الطريق الى الدرجة النهائية

في

# الاستانبيلا

اعداد

الاستاذ/ ابراهيم الاحمدى ابراهيم

خبير الرياضيات - جمهورية مصر العربية

0112 093 0112

### اولا : سؤال الاحتكاك

وضع جسم مقدار وزنه ٤ نيوتن على مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  ومعامل الاحتكاك بينه وبين الجسم يساوى  $\frac{3}{4}$  أثرت على الجسم قوة تعمل في خط أكبر ميل للمستوى ولأعلى و مقدارها  $\frac{1}{4}$  نيوتن ، فإذا كان الجسم متزنا ، عين قوة الاحتكاك و بين ما إذا كان الجسم على وشك الحركة أم لا .

جسم مقدار وزنه ٣٨ نيوتن يكون على وشك الحركة تحت تأثير وزنه إذا وضع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية ظلها  $\frac{1}{6}$  فإذا وضع هذا الجسم على مستوى أفقى في نفس خشونة المستوى المائل وأثرت فيه قوة شد إلى أعلى تصنع مع الأفقى زاوية جيبها  $\frac{4}{5}$  فجعلته على وشك الحركة. أوجد مقدار هذه القوة ومقدار رد الفعل العمودى ومقدار رد الفعل المحصل .

## الطريق إلى الدرجة النهائية في الإستاتيكا

وضع جسم مقدار وزنه ٣٠ نيوتن على مستوى مائل خشن . لوحظ أن الجسم يكون على وشك الانزلاق إذا كان المستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° فإذا أريد زيادة ميل المستوى إلى ٦٠° . فأوجد مقدار أقل قوة تؤثر في الجسم موازية لخط أكبر ميل في المستوى .  
(أولاً) لتمنعه من الانزلاق .  
(ثانياً) لتجعله على وشك الحركة إلى أعلى المستوى .

وضع جسم مقدرا وزنه ٢ ث كجم على مستوى أفقى خشن ثم أميل المستوى بالتدريج فأوشك الجسم على الانزلاق عندما أصبحت زاوية ميل المستوى على الأفقى قياسها ٣٠° برهن على أن معامل الاحتكاك يساوى  $\frac{3}{4}$  و إذا ربط الجسم عندئذ في خيط يقع في المستوى الرأسى المار بخط أكبر ميل وشد الخيط في اتجاه يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٦٠° حتى أوشك الجسم على الحركة إلى أعلى المستوى فأوجد مقدار قوة الشد وبرهن على أن مقدار قوة الاحتكاك يساوى  $\frac{1}{3}$  ث كجم .

## الطريق إلى الدرجة النهائية في الاستاتيكا

وضع جسم وزنه ٢٠ نيوتن على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية ظلها يساوى  $\frac{4}{3}$  فإذا كان  $\mu = 0.1$  هو مقدار أقل قوة موازية لخط أكبر ميل للمستوى إلى أعلى و تمنع الجسم من الانزلاق لأسفل ،  $\mu = 0.2$  هو مقدار أقل قوة أفقية تمنعه أيضا من الانزلاق لأسفل و كان  $\mu = 0.1$  فأوجد معامل الاحتكاك بين الجسم و المستوى و مقدار أى من القوتين .

مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية جيب تمامها يساوى  $\frac{5}{13}$  . وضع عليه جسم مقدار وزنه ١٣٠ نيوتن وأثرت عليه قوة في اتجاه خط أكبر ميل إلى أعلى المستوى . فإذا كان معامل الاحتكاك يساوى  $\frac{2}{5}$  فأوجد النهايتين اللتين ينحصر بينهما مقدار القوة التي تجعله على وشك الحركة على المستوى .

## الطريق إلى الدرجة النهائية في الاستاتيكا الطريق إلى الدرجة النهائية في الاستاتيكا

وضع جسم كتلته ٤ كجم على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  ومعامل الاحتكاك بينه وبين المستوى  $\frac{1}{3}$  بين ما إذا كان الجسم يتزلق على المستوى أو يكون على وشك الانزلاق أو أن الاحتكاك غير نهائي ، ثم أوجد مقدار واتجاه قوة الاحتكاك عندئذ . وإذا أثرت على الجسم قوة موازية لخط أكبر ميل للمستوى فأوجد مقدار واتجاه هذه القوة :

(أولاً) ليكون الجسم على وشك الحركة إلى أعلى المستوى .  
(ثانياً) ليكون الجسم على وشك الحركة إلى أسفل المستوى .

وضع جسم وزنه (و) على مستوى أفقى خشن وأثرت عليه في نفس المستوى قوتان متعامدتان  $u$  ،  $v$  ، فبقى الجسم متزناً . أثبت أن معامل الاحتكاك بين الجسم والمستوى يجب ألا يقل عن  $\frac{1}{\sqrt{u^2 + v^2}}$  وإذا كانت  $u = 2$  ،  $v = 1$  ،

وزيدت  $u$  تدريجياً إلى أن أصبح الجسم على وشك الحركة فأوجد قيمة  $u$  عندئذ و عين الاتجاه الذى يوشك أن يبدأ الجسم الحركة فيه .

## الطريق إلى الدرجة النهائية في الاستاتيكا الطريق إلى الدرجة النهائية في الاستاتيكا

جسم مقدار وزنه (هـ) موضوع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها هـ ، وقياس زاوية الاحتكاك ل . أثرت على الجسم القوة  $\vec{Q}$  في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى إلى أعلى وتمنعه من الانزلاق .

$$\text{اثبت أن } Q = \frac{W \sin(\alpha - \phi)}{\cos \alpha}$$

وضع جسم مقدار وزنه ٦ نيوتن على مستوى أفقى خشن وأثرت على الجسم في نفس المستوى قوتان مقدارهما ٢ ، ٤ نيوتن تحصران بينهما زاوية قياسها  $120^\circ$  فظل الجسم ساكناً .  
اثبت أن قياس زاوية الاحتكاك (ل) بين الجسم والمستوى يجب ألا يقل عن  $30^\circ$  .  
وإذا كان  $Q = 5$  ، وبقي اتجاه القوتين ثابتاً ، كما بقيت القوة ٤ نيوتن دون تغيير ، فعين أصغر مقدار للقوة الأخرى لكي يتحرك الجسم ، وعين أيضاً الاتجاه الذي يوشك الجسم أن يبدأ الحركة فيه .

ثانيا : سؤال امتحانات

أ ب ج د مربع طول ضلعه ١٠ سم ، عين حاصل الضرب القياسي للمتجهين ب د ، ب أ .  
احسب كذلك المسقط الجبري للمتجه ب د في اتجاه المتجه ج ب .

يراد تحليل قوة  $\vec{c}$  إلى مركبتين  $\vec{a}$  ،  $\vec{b}$  . فإذا كانت  $\vec{c}$  توازي متجها معطى ب .  
بينهما  $\vec{c}$  عمودية على  $\vec{b}$  .

$$\text{أثبت أن : } \vec{c} = \left( \frac{\vec{c} \cdot \vec{a}}{\vec{a} \cdot \vec{a}} \vec{a} + \frac{\vec{c} \cdot \vec{b}}{\vec{b} \cdot \vec{b}} \vec{b} \right)$$

ثم أوجد  $\vec{c}$

تؤثر القوة  $\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$  في نقطة أ = (٢ ، ١)

أوجد متجه عزم هذه القوة بالنسبة للنقطة ب = (١ ، ٢) ثم احسب طول العمود الساقط من  
النقطة ب على خط عمل القوة

## الطريق إلى الدرجة النهائية في الاستاتيكا

تؤثر القوتان  $\vec{P}$  و  $\vec{Q}$  = ( م  $\vec{m} + \vec{m} 2$  ) ،  $\vec{P}$  و  $\vec{Q}$  = ( ل  $\vec{m} - \vec{m}$  ) عند النقطتين  
 $\vec{A} = (1, 1)$  ،  $\vec{B} = (2, -1)$  على الترتيب .

عين قيمة كل من الثابتين م ، ل بحيث ينعدم مجموع عزمى هاتين القوتين بالنسبة لنقطة  
 الأصل و بالنسبة للنقطة ب = ( 2 ، 3 ) .

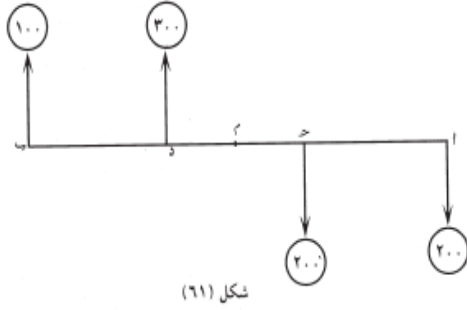
القوى  $\vec{P}$  و  $\vec{Q}$  = 2  $\vec{m} - \vec{m}$  ،  $\vec{P}$  و  $\vec{Q}$  = 5  $\vec{m} + \vec{m} 2$  ،  $\vec{P}$  و  $\vec{Q}$  = 3  $\vec{m} + \vec{m} 2$  تؤثر  
 في النقطة أ ( 1 ، 1 ) برهن باستخدام العزوم أن خط عمل المحصلة يوازي المستقيم المار  
 بالنقطتين ( 2 ، 1 ) ، ( 6 ، 4 ) .

( تعمل القوى الثلاث  $\vec{P}$  و  $\vec{Q}$  = 3  $\vec{m} + \vec{m} 12$  ،  $\vec{P}$  و  $\vec{Q}$  = 9  $\vec{m} + \vec{m} 4$  ،  
 $\vec{P}$  و  $\vec{Q}$  = 8  $\vec{m} + \vec{m} 14$  عند نقطة الأصل و = ( صفر ، صفر ) .

أوجد عزم كل من هذه القوى بالنسبة للنقطة ب = ( 1 ، 2 ) ثم احسب مجموع هذه العزوم.  
 عين بعد ذلك محصلة القوى الثلاث، ثم أوجد عزمها بالنسبة للنقطة ب . ماذا تستنتج  
 بمقارنة النتائج ؟



## الطريق إلى الدرجة النهائية في الاستاتيكا



أثرت القوى الأربع الأبرع ٢٠٠ ، ٢٠٠ ، ٣٠٠ ، ١٠٠ نيوتن في قضيب أ ب طوله ١٢٠ سم عند النقط أ ، ج ، د ، ب على الترتيب . حيث ج ، د نقطتي ثلث أ ب . وبحيث كانت كل القوى عمودية على القضيب . وفي الاتجاهات المبينة بشكل (٦١) أوجد المجموع الجبرى لعزوم هذه القوى عند النقط أ ، ب وعند نقطة منتصف القضيب م ، ثم قارن نتائجك ببعضها .

أ ب ج د شبه منحرف قائم الزاوية في ب ، أ د // ب ج ، أ ب = ٨ سم ، ب ج = ١٥ سم ، أ د = ٩ سم . أثرت قوى مقاديرها ٤٤ ، ٦٨ ث.جم في د أ ، د ج ، أ ج على الترتيب إذا كان خط عمل محصلة مجموعة القوى يمر بنقطة ب فأوجد قيمة  $\theta$  .

أ ب ج د مثلث فيه  $\angle ب = ٩٠^\circ$  ،  $\angle ا = ٦٠^\circ$  ، ب ج = ٦ سم . أثرت القوتان ٦ ، ٤ نيوتن في ب أ ، ج أ على الترتيب . أوجد نقطة د  $\in$  ب ج وجعل المجموع الجبرى لعزوم هاتين النقطتين عندها يساوى صفراً .

### ثالثاً : سؤال القوى المتوازنة المستوية

قوتان متوازيتان مقدارهما ٦٠ ، ٤٠ نيوتن والمسافة بين خطي عملهما ٥٠ سم أوجد  
محصلتهما في الحالتين :

أ ) القوتان في اتجاه واحد .

ب) القوتان في اتجاهين متضادين .

قوتان متوازيتان مقدار محصلتهما ٣٥٠ نيوتن ومقدار إحدى القوتين ٥٠٠ نيوتن وتعمل  
على بعد ٥١ سم من المحصلة . أوجد القوة الثانية والبعد بين خطي عمل القوتين إذا كانت  
القوة المعلومة والمحصلة تعملان .

أولاً : في اتجاه واحد . ثانياً : في اتجاهين متضادين .

قوتان متوازيتان صغراهما ٣٠ نيوتن وتؤثر في الطرف أ من قضيب خفيف أ ب والكبرى  
تؤثر في الطرف الآخر ب فإذا كان مقدار محصلتهما ١٠ نيوتن وبيعد خط عملها عن الطرف  
ب بمقدار ٩٠ سم ، فما طول القضيب ؟

## الطريق إلى الدرجة النهائية في الاستاتيكا الطريق إلى الدرجة النهائية في الاستاتيكا

أ ، ب ، ج ، د أربع نقط تقع على خط مستقيم واحد حيث أن  $أب = ٣٢$  سم ،  $ب ج = ٤٠$  سم ،  $ج د = ٨$  سم . أثرت القوتان المتوازيتان  $٨$  ،  $١٠$  نيوتن في  $أ$  ،  $ج$  وأثرت في  $ب$  ،  $د$  القوتان  $٧$  ،  $٣$  نيوتن في اتجاه مضاد لاتجاه القوتين المؤثرتين في  $أ$  ،  $ج$ ، عين محصلة هذه المجموعة من القوى وبعدها نقطة تقاطع خط عملها مع  $أ د$  عن نقطة  $أ$  .

(١) أ ، ب ، ج ، د ، هـ خمس نقط تقع على مستقيم واحد حيث أن  $أب = ٣$  ب ج =  $ج د = ٦$  د هـ =  $٣٠$  سم . أثرت القوى المتوازية التي مقاديرها  $٨$  ،  $١٢$  ،  $١٦$  ،  $٧$  نيوتن في النقط  $أ$  ،  $ج$  ،  $هـ$  ،  $د$  على الترتيب وفي اتجاه عمودي على  $أ هـ$  بحيث كانت القوى الثلاث الأولى في اتجاه واحد والقوى  $٧$  في الاتجاه المضاد .  
فإذا كانت محصلة هذه المجموعة تؤثر في نقطة  $ب$  . أوجد  $٧$  .

### راجعا : سؤال ائزان الفضبان الافقي

ساق من الحديد طولها ٥٠ سم ووزنها ٧٥ نيوتن يؤثر عند منتصفها تركز في وضع أفقي على حاملين البعد بينهما ٢٤ سم ، فإذا كان الضغط على أحد الطرفين ضعف الضغط على الحامل الآخر . أوجد بعد كل من الحاملين عن طرف الساق القريب منه .

عُلق قضيب مهمل الوزن طوله ١٢٠ سم في وضع أفقي بواسطة خيطين رأسيين عند طرفيه ثم عُلق فيه ثقلان مقدارهما ٥ نيوتن ، ٨ نيوتن عند نقطتي تثليثه . أوجد الشد في كل من الخيطين .

قضيب منتظم أ ب طوله ٨٠ سم ووزنه ٤ ث كجم يؤثر في نقطة منتصفه يرتكز القضيب في وضع أفقي على حاملين أحدهما على بعد ١٠ سم من أ والثاني على بعد ٢٠ سم من ب وعُلق في القضيب ثقلان مقدارهما ٣ ، ٥ ث كجم على بُعدى ٢٠ سم من أ ، ٣٠ سم من ب على الترتيب . عين الضغط على كل من الحاملين .

## الطريق إلى الدرجة النهائية في الاستاتيكا الطريق إلى الدرجة النهائية في الاستاتيكا

أ ب مسطرة طولها ٩٠ سم ووزنها ٦ نيوتن يؤثر في نقطة منتصفها . علقت في وضع أفقي بواسطة خيطين رأسيين عند طرفيها . أين يعلق ثقل مقداره ١٥ نيوتن حتى يكون الشد في أحد الخيطين مساوياً لضعف قيمته في الخيط الآخر .

قضيب أ ب طوله ٥٠ سم ووزنه ١٠ نيوتن يؤثر عند نقطة منتصفه، يرتكز في وضع أفقي على حاملين أحدهما يبعد ١٥ سم عند أ والآخر يبعد ١٠ سم عن ب . أوجد الضغط الوافد على كل من الحاملين . ما هو مقدار الشغل الذي يجب تعليقه من الطرف ب حتى يكو القضب على وشك الدوران وما هو قيمة الضغط على الحامل عندئذ ؟

أ ب قضيب غير منتظم طوله ١٤٠ سم محمول أفقياً بخيطين رأسيين أحدهما عند ب والآخر يبعد ٤٠ سم من أ ، فإذا كان الشد في الخيط الأول  $\frac{1}{4}$  الشد في الخيط الثاني ، فعين نقطة تأثير وزن القضيب . وإذا علم أن أكبر ثقل يلزم تعليقه من أ دون أن يختل التوازن هو ١٢ نيوتن فأوجد وزن القضيب .

## الطريق إلى الدرجة النهائية في الإستاتيكا الطريق إلى الدرجة النهائية في الإستاتيكا

أ ب قضيب غير منتظم طوله ١٢٠سم إذا ثبت عند طرفه ب ثقل قدره ١ نيوتن وعلق من أ ثقل قدره ١٦ نيوتن فإن القضيب يتزن في هذه الحالة عند نقطة تبعد ٣٠سم من أ . وإذا انقص الثقل الموجود عند أ وصار ٨ نيوتن فإن القضيب يتزن عند نقطة تبعد ٤٠سم من أ . أوجد وزن القضيب ونقطة تأثيره .

أ ب قضيب طوله متر واحد ووزنه ٧٠٠ ثقل جرام (يؤثر عند منتصفه) يرتكز على حامل عند طرفه ب وحفظ في حالة توازن في وضع أفقى بواسطة خيط خفيف رأسى مثبت في نقطة على القضيب تبعد عن طرفه أ بمقدار ٣٠سم ويحمل ثقلاً مقداره ٣٥٠ ثقل جرام من نقطة تبعد ١٠سم عن أ . أوجد كلاً من الشد في الخيط والضغط على الحامل، وإذا عُلّق من أ ثقلاً جعل القضيب على وشك الانفصال عن الحامل، أوجد مقدار هذا الثقل وقيمة الشد في الخيط عندئذ .

### خامسا : سؤال ائزان الفُضبان اطائله(الائزان العام)

يرتكز سلم منتظم مقدار وزنه  $W$  بأحد طرفيه على حائط رأسى أملس . وبطرفه الآخر على مستوى أفقى أملس وحفظ السلم في مستوى رأسى في وضع يجعل على الأفقى بزاوية قياسها  $54^\circ$  بواسطة حبل مثبت في قاعدة السلم وفي نقطة من المستوى تقع رأسيا أسفل قمة السلم وقف رجل وزنه  $W$  على السلم عند موضع يبعد  $\frac{3}{4}$  طول السلم من ناحية القاعدة . عين قوة الشد في الحبل وقوتى ردى فعل الحائط والمستوى .

أ ب سلم مقدار وزنه  $20$  ث كجم يرتكز بطرفه أ على مستوى أفقى أملس وبطرفه ب على حائط رأسى أملس . حفظ السلم على مستوى رأسى في وضع يجعل فيه على الأفقى بزاوية قياسها  $54^\circ$  بواسطة حبل أفقى يصل الطرف أ بنقطة من المستوى تقع رأسيا أسفل ب ولا يتحمل شد أكبر من  $50$  ث كجم .  
صعد رجل مقدار وزنه  $60$  ث كجم على السلم فلما قطع  $\frac{3}{4}$  طوله وجد أن الحبل على وشك الانقطاع عين نقطة على السلم التي يؤثر عندها وزنه .

## الطريق إلى الدرجة النهائية في الاستاتيكا الطريق إلى الدرجة النهائية في الاستاتيكا

أب قضيب منتظم طوله ١٢٠ سم و مقدار وزنه ٤ نيوتن يتصل بطرفه أ بمفصل مثبت في حائط رأسى علق ثقل قدره ٣ نيوتن في نقطة من القضيب تبعد ٨٠ سم عن أ وحفظ القضيب في وضع أفقى بواسطة حبل يتصل أحد طرفيه بالطرف ب للقضيب ويتصل طرفه الآخر بنقطة على الحائط تبعد ١٦٠ سم رأسياً أعلى أ . أوجد مقدار الشد في الحيط ومقدار قوة رد فعل المفصل .

سلم منتظم مقدار وزنه ٢٠ ث كجم يرتكز بأحد طرفيه على أرض أفقية خشنة وبالطرف الآخر على حائط رأسى أملس . اتزن السلم في مستوى رأسى وكان قياس زاوية ميله على الأفقى  $60^\circ$  إذا علم أن معامل الاحتكاك بين السلم و الأرض يساوى  $\frac{1}{3\sqrt{3}}$  ، أثبت أن أقصى مسافة يستطيع رجل مقدار وزنه ٦٠ ث كجم أن يصعدھا على السلم تساوى نصف طول السلم .



## الطريق إلى الدرجة النهائية في الإستاتيكا

قضيب منتظم يرتكز بطرفه العلوى على حائط رأسى معامل الاحتكاك بينه وبين القضيب يساوى  $\frac{1}{3}$  وبطرفه السفلى على مستوى أفقى معامل الاحتكاك بينه وبين القضيب يساوى  $\frac{3}{4}$  . أوجد زاوية ميل القضيب على الأفقى عندما يكون على وشك الانزلاق .

قضيب منتظم مقدار وزنه ٤٠ نيوتن يرتكز بأحد طرفيه على حائط رأسى معامل الاحتكاك بينه وبين القضيب يساوى  $\frac{1}{3}$  وبطرفه الآخر على أرض أفقية معامل الاحتكاك بينها وبين القضيب يساوى  $\frac{1}{3}$  فإذا كان القضيب يتزن فى مستوى رأسى فى وضع يميل فيه على الأفقى بزاوية قياسها  $٤٥^\circ$  ، أوجد مقدار أقل قوة أفقية تجعل الطرف السفلى للقضيب على وشك الحركة نحو الحائط .

يستند سلم منتظم بأحد طرفيه على حائط رأسى معامل الاحتكاك بينه وبين السلم يساوى  $\frac{1}{3}$  وبطرفه الآخر على أرض أفقية من نفس خشونة الحائط . فإذا اتزن السلم فى مستوى رأسى فى وضع يميل فيه السلم على الحائط بزاوية ظلها  $\frac{7}{11}$  ، برهن على أن رجلا وزنه يساوى ثلاثة أمثال وزن السلم لا يمكنه الصعود أكثر من  $\frac{7}{11}$  طول السلم دون أن يترلق السلم .

**سادسا : سؤال توازن ازدواجين ( الفضبان والصفائح )**

ا قضيب طوله ٤٠سم ووزنه ٤.٢ ث كجم يؤثر عند منتصفه . يمكن للقضيب الدوران بسهولة في مستو رأسى حول مفصل ثابت عند طرفه . أشر على القضيب ازدواج معيار عزمه ٢٤ ث كجم . سم واتجاهه عمودى على المستوى الرأسى الذى يمكن للقضيب الدوران فيه . عين مقدار واتجاه رد فعل المفصل وزاوية ميل القضيب على الرأسى فى وضع الاتزان .

أ ب قضيب طوله ٦٠سم ووزنه ١٨ نيوتن يؤثر عند منتصفه . يمكن للقضيب الدوران بسهولة فى مستو رأسى حول مسمار أفقى ثابت يمر بثقب صغير فى القضيب عند النقطة جـ التى تبعد ١٥ سم عن أ فإذا استند القضيب بطرفه ب على نضد أفقى أملس وشد الطرف أ أفقىاً بحبل حتى أصبح رد فعل النضد مساوياً لوزن القضيب، أوجد الشد فى الحبل ورد فعل المسمار علماً بأن القضيب يتزن فى وضع يميل فيه على الأفقى بزاوية قياسها ٦٠ .

## الطريق إلى الدرجة النهائية في الاستاتيكا الطريق إلى الدرجة النهائية في الاستاتيكا

أ ب ج د صفيحة رقيقة على هيئة مربع طول ضلعه ٥٠ سم ووزنها ٣٠٠ ث جم ويؤثر في نقطة تلاقي القطرين . ثقتب الصفيحة ثقباً صغيراً بالقرب من أ وعلقت من هذا الثقب في مسمار أفقي رفيع بحيث اتزنت في مستو رأسى . أوجد الضغط على المسمار . وإذا أثر على الصفيحة ازدواج معيار عزمه ٧٥٠٠ ث جم . سم واتجاهه عمودى على مستوى الصفيحة . اثبت أن الضغط على المسمار لا يتغير ثم أوجد ميل القطر  $\overline{أ ج}$  على الرأسى فى وضع الاتزان .

أ ب ج د صفيحة رقيقة على هيئة مستطيل فيه أ ب = ١٨ سم ، ب ج = ٢٤ سم ووزنها ٢٠ نيوتن ويؤثر في نقطة تلاقي القطرين . علقت الصفيحة فى مسمار أفقى رفيع من ثقب صغير بالقرب من الرأس د بحيث كان مستواها رأسياً . فأذا أثر على الصفيحة ازدواج يساوى معيار عزمه ١٥٠ نيوتن . سم واتجاهه عمودى على مستوى الصفيحة فأوجد زاوية ميل  $\overline{د ب}$  على الرأسى فى وضع الاتزان.

## الطريق إلى الدرجة النهائية في الاستاتيكا الطريق إلى الدرجة النهائية في الاستاتيكا

أ ب ج صفيحة رقيقة على هيئة مثلث قائم الزاوية في ب ، فيه  $أ ب = ١٢$  سم ، ب ج = ١٥ سم ووزنها ٦ نيوتن ويؤثر في نقطة تلاقي متوسطات المثلث . علقت الصفيحة في مسمار أفقى رفيع من ثقب صغير بالقرب من الرأس أ بحيث كان مستواها رأسيًا . فإذا أثر على الصفيحة ازدواج اتجاهه عمودى على مستويها بحيث اتزنت في وضع كان فيه  $أ ب$  رأسيًا .  
أوجد معيار عزم الازدواج .

أ ب ج صفيحة على هيئة مثلث متساوى الأضلاع ووزنها ٥٠ ث جم ويؤثر عند نقطة تلاقي متوسطات المثلث . علقت الصفيحة في مسمار أفقى رفيع من ثقب صغير بالقرب من الرأس أ بحيث كان مستواها رأسيًا . أثر على الصفيحة ازدواج يساوى معيار عزمه ٢٥٠ ث جم . سم واتجاهه عمودى على مستويها فاتزنت . أوجد ميل  $أ ب$  على الأفقى إذا عُلِمَ أن ارتفاع المثلث يساوى ١٥ سم .

سابعاً: سؤال الازدواج المحصل

أ ب ج د مستطيل فيه أ ب = ١٠ سم ، ج د = ١٢ سم . نصف أ ب في س . ج د في ص وأثرت قوى مقاديرها ١٨٠ ، ٢٠٠ ، ١٨٠ ، ٢٠٠ ، ٢٦٠ ، ٢٦٠ ث جم في أ ب ،  
ج ب ، ج د ، أ د ، أ ص ، ج س على الترتيب . أوجد عزم الازدواج المحصل .

أ ب ج د مربع طول ضلعه ٣٠ سم أثرت القوى التي مقاديرها ٤ ، ٥ ، ٤ ، ٥ نيوتن في أ ب ،  
ج ب ، ج د ، أ د على الترتيب . كما أثرت قوتان مقدار كل منهما ٣ نيوتن عند أ ،  
ج في الاتجاهين ب د ، د ب على الترتيب . أوجد :

أولاً : الازدواج الذي يكافئ المجموعة .

ثانياً : مقدار واتجاه قوتين تعملان عند ب ، د وتوازبان أ ج وتجعلان المجموعة في حالة توازن .

## الطريق إلى الدرجة النهائية في الاستاتيكا

( أ ب ج د شكل رباعي فيه  $أب = 8$  سم ،  $ب ج = 6$  سم ،  $ج د = 4$  سم ،  $د أ = 3$  سم ، ق ( أ ب ج )  
= 90 . أثرت قوى مقاديرها 4 ، 3 ، 6.5 ، 6.5 نيوتن في أ ب ، ب ج ، ج د ، د أ  
على الترتيب .

اثبت أن المجموعة تكافئاً ازدواجاً . وأوجد معيار عزمه .  
وإذا أثرت في النقطتين ب ، د قوتان مقدارهما ق ، ق في اتجاهي ج أ ، أ ج على  
الترتيب . أوجد قيمة ق حتى تتزن المجموعة .

( أ ب ج د مستطيل فيه  $أب = 9$  سم ،  $ب ج = 24$  سم ، هـ ، و منتصفا ب ج ، آ د  
على الترتيب . أثرت قوى مقاديرها 27 ، 72 ، 45 ، 36 نيوتن في أ ب ، ب ج ، ج د و  
، و أعلى الترتيب .

اثبت أن المجموعة تكافئاً ازدواجاً . وأوجد معيار عزمه .  
ثم أوجد القوتين اللتين تؤثران في هـ أ ، و ج حتى يتزن المستطيل .

# الطريق إلى الدرجة النهائية

في

# الإحصائيات

إعداد

الأستاذ / إبراهيم الأحمدى إبراهيم

خبير الرياضيات - جمهورية مصر العربية

0112 093 0112

الطريق الى الدرجة النهائية

في

# الاستانبيلا

اعداد

الاستاذ/ ابراهيم الاحمدى ابراهيم

خبير الرياضيات - جمهورية مصر العربية

0112 093 0112